

# Goal Programming e Hedge: Uma Aplicação de Otimização Linear Para Contratos Futuros

**ZAINA SAID EL HAJJ**

## **Resumo:**

*Levando-se em conta a otimização de recursos econômicos e sua relação com a contabilidade gerencial, o estudo apresenta uma abordagem analítica do modelo goal programming para as decisões referentes à otimização de recursos, para, em seguida, destacar um exemplo em operações de hedge. O modelo é capaz de lidar com problemas de decisão envolvendo múltiplos objetivos. Focalizando-se o modelo goal programming, contemplam-se a evolução histórica, os conceitos envolvidos, as principais vantagens e desvantagens, bem como suas aplicações e limitações. Evidenciam-se um breve histórico de programação e otimização, os principais conceitos envolvidos no modelo e um exemplo de hedge com contratos futuros. Finalmente, serão analisadas as contribuições do modelo para um estudo empírico, a aplicação desta ferramenta matemática no processo decisório e ressaltam-se as principais constatações do estudo.*

**Área temática:** *Os Custos e a Tomada de Decisões*

**GOAL PROGRAMMING E HEDGE: UMA APLICAÇÃO DE OTIMIZAÇÃO  
LINEAR PARA CONTRATOS FUTUROS**

Trabalho: 6.055

Levando-se em conta a otimização de recursos econômicos e sua relação com a contabilidade gerencial, o estudo apresenta uma abordagem analítica do modelo *goal programming* para as decisões referentes à otimização de recursos, para, em seguida, destacar um exemplo em operações de *hedge*.

O modelo é capaz de lidar com problemas de decisão envolvendo múltiplos objetivos. Focalizando-se o modelo *goal programming*, contemplam-se a evolução histórica, os conceitos envolvidos, as principais vantagens e desvantagens, bem como suas aplicações e limitações.

Evidenciam-se um breve histórico de programação e otimização, os principais conceitos envolvidos no modelo e um exemplo de *hedge* com contratos futuros.

Finalmente, serão analisadas as contribuições do modelo para um estudo empírico, a aplicação desta ferramenta matemática no processo decisório e ressaltam-se as principais constatações do estudo.

Palavra-chave: programação; *goal programming*; *hedge*.

Área temática: Os Custos e a Tomada de Decisões.

## **GOAL PROGRAMMING E HEDGE: UMA APLICAÇÃO DE OTIMIZAÇÃO LINEAR PARA CONTRATOS FUTUROS**

### **1. INTRODUÇÃO**

A cada dia, as organizações enfrentam novas dificuldades decorrentes do processo de globalização, pois as mudanças ocorrem numa velocidade cada vez maior.

A alteração mais significativa no recente cenário econômico global refere-se à tecnologia de informação. Em outras palavras, as sociedades rompem as barreiras geográficas e passam a atuar (produção, vendas, finanças etc.) em diversas regiões do planeta.

Neste contexto, muitas vezes, os gestores financeiros necessitam realizar operações de *hedge* a fim de reduzir ou até mesmo eliminar determinado risco corporativo. Assim, tornam-se necessárias ferramentas para a tomada de decisão que simulem variáveis de risco.

A Contabilidade, assim como outras ciências, emprega métodos estatísticos e modelos matemáticos como ferramentas de auxílio ao processo de tomada de decisão.

Uma destas ferramentas refere-se à técnica de otimização linear, que envolve um conjunto de métodos matemáticos para alocar recursos econômicos a fim de atingir o(s) objetivo(s) estabelecido(s).

A técnica mais conhecida de otimização linear é a programação linear. Entretanto, existem outras ferramentas que foram desenvolvidas devido às suas limitações. A técnica denominada de "Goal Programming" (GP) é uma delas.

GP é uma extensão da programação linear capaz de resolver problemas de decisão com: um único objetivo e múltiplos sub-objetivos; ou múltiplos objetivos e múltiplos sub-objetivos. É possível solucionar problemas que contêm não somente uma função objetivo específica, mas também um conjunto de objetivos a serem considerados.

Dessa forma, será verificado de que forma o modelo GP pode contribuir no processo decisório como uma ferramenta de simulação para as operações de *hedge* com instrumentos financeiros.

#### **1.1 Contabilidade e os Modelos de Otimização**

Considerando que os gestores financeiros das empresas estão envolvidos com questões estratégicas que, por sua vez, estão inseridas em um ambiente atualmente caracterizado pelo crescente nível de risco, as suas decisões devem estar integradas e coordenadas com o ambiente para diminuir as incertezas e, conseqüentemente, garantir a continuidade.

O sistema de informação contábil possui uma base dados que fornece aos gestores informações para o processo de tomada de decisão. Contempla dados da contabilidade de custos e financeira. Entretanto, um sistema abrangente de informações contábeis inclui a contabilidade estratégica, gerencial, ambiental e social.

É interessante lembrar que a Contabilidade de Custos nasceu da Contabilidade Financeira, quando da necessidade de se avaliar estoques na indústria, tarefa essa que era comum na empresa típica da era mercantilista. Seus princípios derivam dessa finalidade primeira e, por isso, nem sempre conseguem atender completamente às suas outras duas mais recentes e provavelmente mais importantes tarefas: controle e decisão. Esses novos campos deram vida nova a essa área que, por sua vez, apesar de já ter criado técnicas e métodos específicos para tal missão, não conseguiu ainda explorar todo seu potencial; não conseguiu, talvez, sequer mostrar aos seus profissionais e usuários que possui três facetas distintas que precisam ser trabalhadas diferentemente,

apesar de não serem incompatíveis entre si. (Martins, 1988, p. 22-3).

Muitas necessidades dos usuários da informação contábil são, geralmente, fornecidas de acordo com observações já realizadas, de pesquisas já efetuadas ou da experiência e sensibilidade. A contabilidade gerencial responde à necessidade de informações solicitadas pelos gestores. (Iudicibus, 1994, p. 26).

Entretanto, os gestores se deparam com diferentes objetivos que, muitas vezes são conflitantes. Dessa forma, podem existir os seguintes problemas:

- a) conflitos entre objetivos;
- b) estabelecimento de hierarquia entre os objetivos; e
- c) condições para a aplicação ou não de determinada ferramenta.

Assim, este estudo irá analisar a técnica GP e uma de suas aplicações nas operações de *hedge*.

## 1.2 Caracterização do Problema

No processo de tomada de decisão, os gestores financeiros se deparam com diferentes objetivos que influenciam o lucro. Muitas vezes, a principal dificuldade refere-se ao estabelecimento de funções matemáticas que simulem adequadamente as operações de *hedge*.

Os modelos matemáticos são de suma importância para facilitar o processo de tomada de decisão e para utilizar, da melhor forma possível, os recursos econômicos envolvidos.

Todavia, torna-se necessário compreender como o modelo GP de otimização de recursos pode contribuir nas decisões de *hedge*, que envolvem múltiplos objetivos e, muitas vezes, conflitantes entre si.

Diante desses aspectos, a questão da pesquisa refere-se à aplicação do modelo GP para uma operação específica de *hedge*.

## 1.3 Objetivos

Este estudo pretende abordar de forma analítica o modelo GP e suas aplicações em decisão gerencial e de finanças.

Segundo BASTOS (1995, p. 4), o elemento básico de uma boa metodologia consiste em um plano detalhado de como alcançar o(s) objetivo(s) respondendo às questões propostas e/ou testando as hipóteses formuladas. De fato, uma adequada metodologia é a apropriada para solução do problema e aos objetivos do estudo.

O escopo deste estudo reside na revisão das técnicas de otimização, destacando-se GP e sua aplicação para as operações de *hedge*.

O objeto refere-se à tomada de decisão dos usuários internos da contabilidade de acordo com o modelo GP, tendo em vista o adequado enfoque nos estudos acadêmicos.

## 2. Goal Programming

Os gestores tomam decisões que envolvem escassez de recursos. Portanto, os recursos disponíveis não são suficientes para que todas as atividades sejam executadas no nível mais alto que se possa desejar.

Cada técnica de otimização tem suas próprias peculiaridades, ainda que todas sejam utilizadas para se obter uma solução ótima para problemas complexos gerenciais, envolvendo muitas variáveis de decisão inter-relacionadas e escassez de recursos.

Todas estas técnicas fornecem informações quantitativas que são essenciais ao processo de planejamento e controle. Conseqüentemente, suas aplicações são amplamente aceitas pela utilidade e facilidade no processo decisório.

Além do mais, existem técnicas de otimização linear para múltiplos objetivos.

Elas são aplicadas para problemas que contêm mais de um objetivo e para os problemas de alocação de recursos que podem ser caracterizados da seguinte forma:

- (a) objetivos a serem explicados em termos de variáveis de decisão do problema; e
- (b) restrições à aplicação dos recursos, tanto em termos de quantidades disponíveis como na forma de emprego.

GP é uma técnica de solução deste tipo de questão e possibilita aos gestores maior flexibilidade na análise de problemas que possuem, de forma genérica, múltiplos objetivos conflitantes entre si.

## 2.1 Breve Histórico

Modelos primitivos de programação matemática foram apresentados pelos economistas Quesnay, em 1759, e Walras, em 1874. Os modelos econômicos mais sofisticados foram propostos por Von Neumann, em 1937, e Kantorovich, em 1939. As bases matemáticas de modelos lineares foram estabelecidas aproximadamente na mudança do século XIX por Jordan, em 1873, Minkowski, em 1896, e Farkas, em 1903. Um exemplo de resultado precursor é o estudo sobre modelos dinâmicos estabelecido por Markov, que viveu de 1856 a 1922. Dois exemplos adicionais são as sugestões inovadoras para controle econômico de estoques, publicadas em periódicos de negócios e engenharia industrial durante os anos 20, e os estudos pioneiros dos fenômenos das filas de espera contemplados por Erlang, que viveu de 1878 a 1929. (Wagner, 1986, p. 2).

A primeira e principal técnica de otimização é a programação linear, que foi desenvolvida após a Segunda Guerra Mundial como instrumento de administração, por esforços concentrados em pesquisas econômicas e econométricas.

Devido ao esforço de guerra, houve a necessidade de alocar, de modo eficaz, recursos escassos às várias operações militares e às atividades dentro de cada operação. Assim, a gerência militar inglesa, e posteriormente a americana, requisitaram um grande número de cientistas para aplicarem uma abordagem científica a fim de tratar com este e outros problemas estratégicos e táticos. De fato, foram constituídas as primeiras equipes de pesquisa operacional, notadamente, estudos sobre operações militares. (Hillier, 1995, p. 2).

Além do mais, dois fatores contribuíram para o desenvolvimento de modelos matemáticos para análise de decisão. Primeiro, a concorrência nas atividades empresariais aumentaram significativamente durante a Segunda Guerra Mundial, pois os gestores procuravam melhorar a forma tradicional de coletar e analisar dados a fim de manter ou aumentar o nível de lucro. Segundo, o desenvolvimento e o avanço de computadores eletrônicos contribuíram para o crescimento de ferramentas mais sofisticadas para a tomada de decisão, especificamente, avaliar as alternativas de decisão.

Neste contexto, *goal programming*, também denominada de programação por objetivos ou programação por metas, foi inicialmente introduzido por Charnes e Cooper na década de sessenta e foi refinado e estendido por Jaaskelainen, Lee, Ignizio e Ijiri na década de setenta como um meio de resolver os problemas de programação linear que não contemplava uma solução possível.

Atualmente existem procedimentos para resolver problemas de GP com um único objetivo ou múltiplos objetivos.

O modelo permite que problemas sejam formulados a fim de que a função objetivo seja o de aproximar-se tanto quanto possível dos objetivos estabelecidos pela organização.

### **2.1.1 Contribuição de Charnes & Cooper**

A partir de trabalhos realizados em 1948 sobre várias aplicações da programação linear aos problemas industriais, desenvolveu-se o conceito de GP em 1961.

Por meio de uma extensa pesquisa em otimização linear, os autores contribuíram com um conceito específico para os problemas de programação linear que não tinham solução.

O modelo foi denominado de GP e envolve a análise desses problemas por meio do “atendimento dos objetivos” estabelecido pelos diversos gestores, mesmo que tais objetivos sejam inatingíveis dentro dos limites dos recursos disponíveis. Este modelo foi concebido originariamente determinístico, pois todos os recursos, condições e suas limitações são conhecidos *a priori*.

Um exemplo diz respeito aos objetivos que podem ser estabelecidos para incentivar ou para julgar desempenhos ou, também, podem ser utilizados como parâmetros para assegurar que as metas de longo prazo não serão prejudicadas por objetivos imediatos inatingíveis. Qualquer limitação incorporada à função será estabelecida por um objetivo. Já que o objetivo pode ser atendido ou não, esse pode ser formulado de maneira que a otimização forneça um resultado tão próximo quanto possível do objetivo estabelecido.

Portanto, o conceito principal proposto pelos autores é o de fornecer uma solução satisfatória a partir de um resultado tão próximo quanto possível da solução ótima.

### **2.1.2 Contribuição de Yuri Ijiri**

Através dos conceitos genéricos do modelo GP desenvolvido por Charnes & Cooper em 1961, Yuri Ijiri sofisticou o modelo e apresentou o conceito de “fatores de prioridade preemptivos” para tratar os múltiplos objetivos de acordo com uma escala ordinal de importância. Foram consideradas ponderações para os objetivos com o mesmo nível de prioridade. Em seguida, apresentou-se uma abordagem matemática distinta com a utilização de algoritmo.

Dessa forma, o modelo GP foi amplamente desenvolvido para atender, principalmente, de forma mais flexível, os gestores como uma ferramenta para planejamento e controle gerencial.

Em 1965, Yuri Ijiri desenvolveu um esquema para tratar múltiplos objetivos por meio de sistema de peso atribuído aos objetivos de acordo com suas respectivas prioridades. Foi apresentada uma definição de fatores de prioridades preemptivos para tratar múltiplos objetivos de acordo com suas respectivas importâncias. Desenvolveram-se pesos para os objetivos de um mesmo nível de prioridades. Em seguida, foi sugerida uma abordagem alternativa do método simplex denominada “técnica generalizada inversa” como um algoritmo de solução para problemas complexos gerenciais.

Este autor tornou mais forte o conceito de GP e contribuiu para a solução de muitos problemas contábeis, dentre os quais:

- atribuição de pesos de acordo com a utilidade de recursos econômicos – pois é praticamente impossível listar todos os ativos e todas as atividades individualmente. Esses são agregados de acordo com um número relativamente pequeno de classes, as quais são fundamentadas no uso e nas conversões de recursos econômicos;
- atribuição de multi-mensurações aos ativos líquidos – para desenvolver uma mensuração apropriada para cada classe que indique melhor as características dos recursos nela alocados. Por exemplo, o dólar pode ser usado como uma medida dos ativos monetários;
- classificação de acordo com a maturação – para considerar uma maneira na qual os

recursos econômicos, que estão sob diferentes estágios de controle por uma entidade, possam ser agregados. Por exemplo, se a empresa possui investimentos de um mesmo tipo, um a termo e outro futuro, poderia-se agregá-los.

### 2.1.3 Puelz & Lee<sup>1</sup>

Os autores apresentaram o modelo *multiple-objective decision* para estruturar uma série de receitas de títulos livre de impostos. Com base nos objetivos estabelecidos conforme o verdadeiro (valor de mercado) do custo dos juros, de negociação, de financiamento, da produção e do nível de financiamento, define-se o modelo GP para, em seguida, ser generalizado de acordo com o plano de maturidade e a taxa do prêmio estabelecida aos títulos municipais emitidos.

O modelo foi estruturado para ser uma ferramenta de tomada de decisão interativa e flexível a fim de proporcionar o desenvolvimento do risco mínimo, isto é, custo efetivo de emissão mínimo.

A pesquisa apresenta objetivos múltiplos com base no modelo GP para subsidiar uma estrutura de receitas periódicas de títulos livre de impostos. Aborda-se a competitividade, em um ambiente altamente regulamentado, no qual o município deve operar as diversas necessidades por meio de técnicas de tomada de decisão.

No caso do sistema elétrico Midwest, foi estruturada uma emissão de títulos que se utiliza do modelo GP para ilustrar distribuições simultâneas do prêmio ótimo e da maturidade ótima.

Utilizou-se a técnica do custo efetivo da taxa de juros relevante e corrente para refletir o atendimento de objetivos e considerar o custo de emissão, de negociação e do risco.

A tarefa de selecionar uma estrutura apropriada não faz parte do modelo; mas, deve ser avaliada cuidadosamente pelo tomador de decisão após a revisão das informações generalizadas do modelo GP.

O estudo constata que a utilização de um sistema desenvolvido para o setor elétrico auxilia os emissores de títulos livre de impostos na estruturação do custo efetivo de emissão.

## 2.2 Conceitos Envolvidos

Pesquisas envolvendo a prática de gestão têm mudado drasticamente a ponto dos gestores reconhecerem que é inevitável a constante utilização da tecnologia da informação para a sobrevivência e sucesso dos empreendimentos. Os gestores não só reconhecem a contribuição da ciência, mas também a necessidade de que suas análises de decisão sejam estruturadas em abordagens científicas.

Um dos principais conceitos envolvidos no modelo GP é o método simplex, o qual foi introduzido por George Bernard Dantzig<sup>2</sup> em 1947 para resolver problemas de programação linear.

O método simplex foi desenvolvido através da demonstração do teorema fundamental, que compreende em:

- se um problema de programação linear tem uma solução ótima finita, então existe pelo menos uma solução básica viável que é ótima. De forma óbvia, se existe uma única solução ótima finita, essa deve ser básica viável.

A importância do teorema fundamental é o de permitir que se procure a solução

---

<sup>1</sup> PUELZ, Amy N. & LEE, Sang M. A multiple-objective programming technique for structuring tax-exempt serial revenue debt issues. *Management Science*, vol. 38, nº 8, august 1992, p. 1186-1200.

<sup>2</sup> DANTZIG, George Bernard. *Linear programming and extensions*. New Jersey: Princeton, 1963.

ótima apenas entre as soluções viáveis básicas, que são no máximo ( ${}^n_m$ ) combinações, sendo  $n$  o número de variáveis e  $m$  o número de restrições.

O esquema de enumeração das soluções viáveis básicas introduzido por Dantzig é um processo algébrico iterativo para resolver problemas de otimização linear em que o resultado é denominado de solução ótima.

Em conseqüência, foram desenvolvidas muitas das ferramentas de pesquisa operacional, por exemplo, programação por objetivos, programação dinâmica, programação multi-objetiva, teoria das filas, teoria dos estoques etc.

Outro conceito implícito no modelo é que a função objetivo e as restrições ambientais, que limitam o grau de atendimento de um dado objetivo, sejam formuladas na forma de equações lineares ou inequações.

Os problemas de GP implicam na seleção da melhor saída ou do conjunto satisfatório de saídas de todos os conjuntos possíveis identificados. O problema pressupõe um ou mais objetivos a serem atingidos por meio da minimização das variáveis de desvios ( $d_1, d_2, \dots, d_i$ ), as quais estão compreendidas em cada função linear (denominada função objetivo), composta de variáveis de decisão ( $x_1, x_2, \dots, x_i$ ) com uma ou mais unidades de medida, sendo todas homogêneas e lineares; cujos valores são arbitrariamente assinalados e mudados na busca de um conjunto satisfatório de valores.

Portanto, a função objetivo é sempre de minimização de desvios. Os objetivos podem ser, por exemplo, de obter no mínimo um determinado lucro, restringir custos ou alcançar outros objetivos estabelecidos.

Sumariamente, GP trata tipicamente com o problema de alocação de recursos limitados a atividades em competição, da melhor maneira possível, isto é, satisfatória. Este problema de alocação de recursos pode aparecer toda a vez que alguém precise selecionar o nível de certas atividades que competem por recursos escassos necessários para desempenhá-las. A variedade de situações a que esta descrição se aplica é realmente diversificada, abrangendo desde planejamento e controle até operações de *hedge*.

De modo específico, o modelo de GP pode contribuir para:

- (a) melhores decisões para o planejamento e controle das atividades operacionais – é possível lidar com situações complexas (inter-relações entre as variáveis de decisão e grande volume de dados referentes às operações) e assimilar os fatores significativos e classificá-los de acordo com suas prioridades; e
- (b) melhor coordenação das atividades – os objetivos podem ser tratados de forma hierárquica.

### 3. *HEDGE*

Nas transações de *hedge*, muitas vezes não é possível otimizar, mas pode-se satisfazer os objetivos ao aproximar-se tanto quanto possível do atendimento dos objetivos. Esse é o caso do modelo GP, pois em vez de tentar maximizar ou minimizar diretamente a função objetivo, procura-se minimizar os **desvios** entre um conjunto de objetivos e, conseqüentemente, os objetivos podem ser alcançados, dadas as restrições impostas.

Clelow e Pascoa (*apud* Zapounidis, 1998, p. 246-7) utilizaram GP para *hedgear* opções, reconhecendo os custos de transação. Eles utilizaram preços de mercado de opções padrão negociadas na Europa em um determinado período de tempo. Utilizou-se essa evolução para generalizar um conjunto de cenários através da simulação de Monte Carlo. Os objetivos são de minimizar o risco do lucro máximo por meio da minimização do erro ou dos desvios do *hedge* e de minimizar os custos de transação. Esses objetivos são representados pelas seguintes restrições:

$$\sum_{i=1}^n (x_i(i) - x_s(i)) * V_i(s) = V_T(s) + e_p(s) - e_m(s) \quad (1);$$

$$\left[ \sum_{i=1}^n x_i(i) + x_s(i) \right] * t \cos t = total\_t \cos t \quad (2).$$

Onde:

$V_T(s)$  = preço objetivado conforme cenário  $s = 1, \dots, ns$ ;

$V_i(s)$  = preço do título  $i = 1, \dots, n$  conforme cenário  $s$ ;

$t \cos t$  = custo unitário da opção comprada ou vendida;

$x_i(i)$  = quantidade de opções  $i$  para comprar ( $i \geq 0$ );

$x_s(i)$  = quantidade de opções  $i$  para vender ( $i \leq 0$ );

$e_p(s)$  = erro/desvio positivo do *hedge*;

$e_m(s)$  = erro/desvio negativo do *hedge*;

$total\_t \cos t$  = custo total da transação.

A Equação 1 representa a restrição de minimização do erro do *hedge*, enquanto que a Equação 2 minimiza os custos de transação. Esses objetivos conflitantes constituem um problema de múltiplos objetivos, motivando a utilização de GP.

Por meio dessa formulação matemática, é possível apresentar um problema de *hedge* e sua solução por meio de GP, como segue no próximo exemplo.

### 3.1 Exemplo

Em 10 de janeiro, uma indústria metalúrgica precisa adquirir 100.000 toneladas de aço para cumprir um contrato em 10 de maio. O preço a vista do aço é de \$10 e seu preço futuro para maio é de \$12. O gestor pode realizar uma operação de *hedge* de compra através da aquisição de, no mínimo, 4 contratos na Bolsa de Futuros com vencimento em maio e encerrar sua posição antes do vencimento. Cada contrato futuro estabelece a entrega de 25 toneladas de aço. Esta operação de *hedge* tem o objetivo de aproximar o preço do aço próximo de \$12. Porém, existem dois objetivos conflitantes: (1) minimizar o risco de lucro; (2) minimizar o custo total da transação.

Considera-se que:

$V_i(s)$  = \$12 (preço do título  $i = 1$  conforme cenário otimista);

$x_i(i) \geq 4$  (quantidade de opções  $i$  para comprar);

$V_T(s)$  = \$60 (preço objetivado na compra de contratos conforme cenário otimista);

$t \cos t$  = \$10 (preço unitário corrente a vista);

$total\_t \cos t$  = \$40 (custo total da transação na compra de 4 contratos).

### 3.2 Formulação do Problema

O primeiro procedimento para formular o problema de *hedge* conforme o modelo GP é a definição das variáveis de desvio, quais sejam:

$d_1^-$  = erro/desvio negativo ou sub-atendimento do objetivo minimização do risco;

$d_1^+$  = erro/desvio positivo ou super-atendimento do objetivo minimização do risco;

$d_2^-$  = erro/desvio negativo ou sub-atendimento do objetivo minimização do custo total;

$d_2^+$  = erro/desvio positivo ou super-atendimento do objetivo minimização do custo total.

Caso o super-atendimento for aceitável, a variável de desvio  $d^+$  pode ser eliminada da função objetivo. Da mesma forma, caso o sub-atendimento for aceitável, a variável de desvio  $d^-$  pode ser eliminada da função objetivo. Por último, quando o

gestor busca atingir exatamente um objetivo, ambos os desvios,  $d^-$  e  $d^+$  devem constar da função objetivo.

Contudo, nos problemas de GP, um objetivo pode ser mais importante do que outro, que, por sua vez, é mais importante do que um terceiro. A idéia é que os objetivos podem ser ordenados de acordo com a importância estabelecida pelo tomador de decisão.

Objetivos de menor ordem são considerados somente depois de atingir os objetivos de maior ordem. As prioridades ( $P_i$ 's) são atribuídas para cada variável de desvio – de acordo com o *ranking* em que  $P_1$  é o objetivo de maior importância,  $P_2$  o próximo de maior importância, então  $P_3$ , e assim sucessivamente.

Prosseguindo com o exemplo, a indústria estabelece as seguintes prioridades de acordo com a tabela seguinte.

Objetivos	Prioridades
Obter tanto quanto possível risco mínimo para um retorno de \$60	$P_1$
Alcançar um custo total de \$40	$P_2$

Isto significa que a prioridade de obter risco mínimo com o máximo de retorno esperado ( $P_1$ ) é infinitamente mais importante do que o objetivo de custo total mínimo ( $P_2$ ).

Ao considerar as variáveis do problema e o *ranking* de objetivos, a função objetivo e as restrições são formuladas da seguinte maneira:

(1) Função-objetivo: Minimizar o total de desvios  $= P_1 d_1^- + P_1 d_1^+ + P_2 d_2^+$

(2) Restrições:  $12x_1 + d_1^- - d_1^+ = 60$  (retorno objetivado conforme cenário otimista);

$$10x_1 + d_2^+ = 40 \text{ (custo total da transação);}$$

$$x_1 \geq 4 \text{ (número mínimo de contratos);}$$

$$x_1, d_1^-, d_1^+, d_2^+ \geq 0 \text{ (não-negatividade das restrições).}$$

Onde:

$P_1$  = primeira prioridade de alcançar o preço objetivado de \$12;

$P_2$  = segunda prioridade de minimizar o custo total da transação em até \$10;

$d_1^-$  = sub-atendimento do objetivo de lucro;

$d_1^+$  = super-atendimento do objetivo de lucro;

$d_2^+$  = super- minimização do custo total de transação.

Portanto, a função objetivo é o de minimizar o super e o sub-atendimento do objetivo risco (por meio do lucro máximo possível) e minimizar o total do custo de transação, dadas as quatro restrições impostas.

### 3.3 Solução

A solução de problemas de GP considera os seguintes aspectos:

- 1) o modelo GP é sempre um problema de minimização;
- 2) não existe um único objetivo, mas múltiplos objetivos a serem atingidos;
- 3) o desvio do objetivo de prioridade maior deve ser minimizado para a maior extensão possível antes de ser considerado o próximo objetivo de maior importância.

Para este exemplo, utilizou-se o *software QM for Windows*<sup>3</sup>, o qual envolve métodos quantitativos, ciência da administração e pesquisa operacional. Para sua aplicação, não é necessário incluir a não-negatividade das restrições e/ou objetivos, pois

<sup>3</sup> "Software for Quantitative Methods, Operations Research and Management Science". Copyright © Prentice Hall, DS/QM/POM for Windows, Version 2.0 by Howard J. Weiss, 1998.

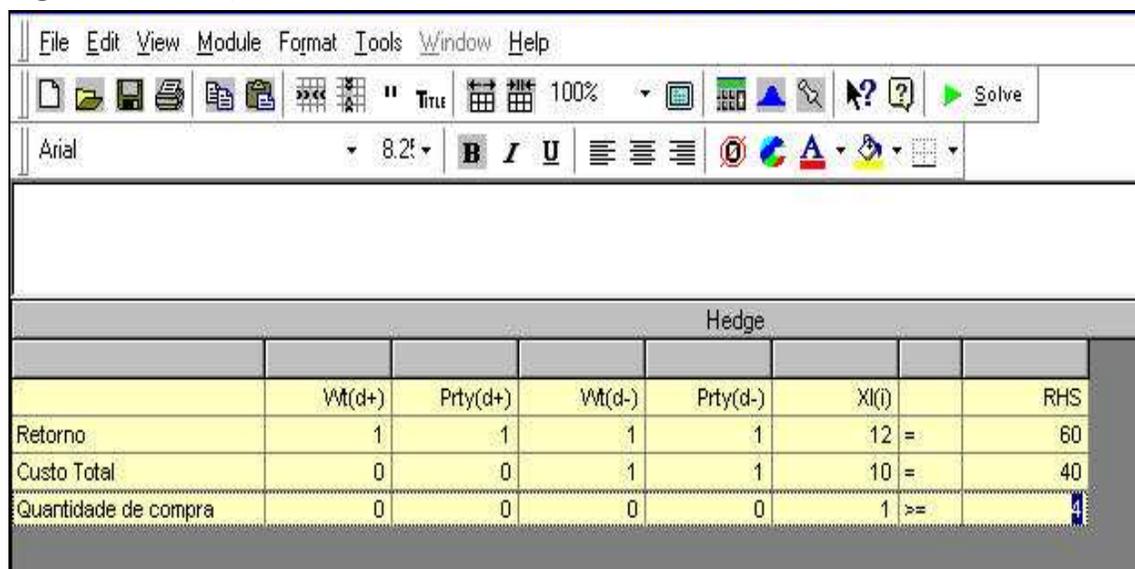
o programa assume somente valores positivos. Para cada objetivo ou restrição, pode-se inserir os desvios ( $d^+$  e/ou  $d^-$ ) e as prioridades ( $P$ ) para os objetivos sub-atendidos e super-atendidos. Caso ambas prioridades forem iguais a zero para uma determinada restrição, o programa interpreta como uma difícil restrição do que como um objetivo.

O *software* generaliza a função objetivo com base nas prioridades. Os dados de entrada referem-se aos coeficientes das variáveis ( $x$ ) e o lado direito (*right hand side*) de cada equação. Essas informações devem ser inseridas em uma tela específica (de entrada de dados) para todas as equações (objetivos/restrições).

Logo após inserir os dados do problema, a solução pode ser obtida e visualizada por meio de: (a) solução gráfica; (b) tabela final; e (c) resumo do problema e sua solução.

Dessa forma, a Figura I contém as prioridades e os valores das variáveis do problema e a Figura II apresenta a tabela final e sua a solução.

**Figura I: Atribuição de Prioridades e Valores das Variáveis.**



Hedge						
	Wt(d+)	Prty(d+)	Wt(d-)	Prty(d-)	Xi(i)	RHS
Retorno	1	1	1	1	12 =	60
Custo Total	0	0	1	1	10 =	40
Quantidade de compra	0	0	0	0	1 >=	4

É importante notar que o primeiro objetivo de risco mínimo para um retorno de \$60 foi alcançado com 5 contratos futuros de *hedge*; porém, com um custo de transação adicional de \$10.

Por outro lado, caso a indústria realize um *hedge* perfeito, seria preciso 4 contratos e o custo total da transação seria o mínimo.

É notório que o mercado é imperfeito e incerto. Esse exemplo partiu do pressuposto de um cenário otimista; porém, pode-se simular de acordo com diferentes cenários.

**Figura II: Resumo dos Resultados.**

Hedge Solution				
Item				
Decision variable analysis	Value			
XI(i)	5,			
Priority analysis	Nonachievement			
Priority 1	0,			
Constraint Analysis	RHS	d+ (row i)	d- (row i)	
Retorno	60,	0,	0,	
Custo Total	40,	10,	0,	
Quantidade de compra	4,	1,	0,	

#### 4. CONCLUSÕES

Esse estudo partiu da importância da tomada de decisão em contabilidade gerencial e destacou *goal programming* como uma ferramenta para as operações de *hedge*.

Verificou-se que a principal limitação da programação linear é a de não refletir a realidade empresarial complexa, pois utiliza apenas uma dimensão da função objetivo, a qual exige dados sobre o custo ou lucro. Porém, na maioria das vezes, essas informações não estão disponíveis aos gestores.

GP contempla problemas com múltiplos objetivos, que podem ser conflitantes entre si. Refere-se à otimização dos recursos e é aplicado em condições de limitação de recursos (materiais, financeiros, físicos, humanos etc.) em entidades com ou sem fins lucrativos, públicas ou privadas, desde que demandem recursos escassos.

A função objetivo utilizada em GP pode ser composta de unidades não somente monetárias (como custo e lucro), bem como de unidades de medidas não homogêneas.

O modelo GP utiliza uma hierarquia ordinal entre os objetivos conflitantes a fim de que os objetivos menos importantes sejam considerados somente depois que os objetivos mais importantes tenham alcançado o limite desejado.

Em outras palavras, GP é um modelo para tomada de decisão gerencial, que pode considerar vários objetivos e/ou estabelecer prioridades, de forma que os desvios sejam os menores possíveis dentro dos níveis de prioridades. Objetiva-se atingir múltiplos objetivos de forma que o sacrifício de cada objetivo não atingido seja o menor possível em uma escala de prioridade desses mesmos objetivos.

O modelo GP procura, também, atingir um conjunto de objetivos em uma escala de sacrifício mínimo de cada um deles, respeitando os níveis de prioridade. Dessa forma, é possível escolher a melhor alternativa diante de um conjunto de metas (conflitantes) com prioridades especificadas.

Por meio de um exemplo com operação de *hedge*, foi possível reconhecer as principais diretrizes do modelo GP para o estabelecimento da função objetivo, variáveis de desvio, objetivos, sub-objetivos e restrições.

O modelo revelou-se viável e útil para problemas que envolvem as operações de *hedge*, e sua solução é satisfatória. Além do mais, é possível simular a distribuição dos recursos e uma possível *performance* financeira.

Finalmente, contemplou-se a análise dos principais conceitos e aspectos envolvidos no modelo GP sob o enfoque analítico gerencial.

## BIBLIOGRAFIA

BASTOS, Lília da Rocha et alii. *Manual para a elaboração de projetos e relatórios de pesquisas, teses, dissertações e monografias*. 4ª ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1995.

CHARNES, Abraham. *Management models and industrial applications of linear programming*. New York: Wiley, 1961.

DANTZIG, George Bernard. *Linear programming and extensions*. New Jersey: Princeton, 1963.

DYER, Robert F. & FORMAN, Ernest H. & MUSTAFA, Mohammad A. Decision support for media selection using the analytic hierarchy process. *Journal of Advertising*, vol. XXI, nº 1, march 1992.

EHRHARDT, Michael C. & BHAGWAT, Yatin N. A full-information approach for estimating divisional betas. *Financial Management*, vol. 20, nº 2, summer 1991.

GOLANY, Boaz & YADIN, Micha. A goal programming inventory control model applied at a large chemical plant. *Production and Inventory Management Journal*, first quarter 1991.

GUPTA, Yash P. & RAO, Ramesh P. & BAGCHI, Prabir K. Linear goal programming as an alternative to multivariate discriminant analysis: a note. *Journal of Business Finance & Accounting*, vol. 17, autumn 1990.

HAIR JR., Joseph F. et alii. *Multivariate data analysis: with readings*. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

HILLIER, Frederick S. & LIEBERMAN, Gerald J. *Introduction to operations research*. Singapura: McGraw-Hill, 1995.

HULL, John. *Introdução aos mercados futuros e de opções*. 5ª ed. São Paulo: Bolsa de Mercados & Futuros e Cultura Editores e Associados, 1998.

IGNIZIO, J. P. *Goal Programming and extensions*. Lexington, MA: D.C. Heath and Company, 1976.

IJIRI, Yuri. *Management goals and accounting for control*. Chicago: Rand-McNally, 1965.

\_\_\_\_\_. *The foundations of accounting measurement - a mathematical, economic and behavioral inquiry*. New Jersey: Prentice Hall, 1967.

IUDÍCIBUS, Sérgio de. *Teoria da contabilidade*. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 1994.

LEE, Sang M. *Goal Programming for decisions and analysis*. Philadelphia: Auerback Publisher, 1972.

LEININGER, Wayne E. *Quantitative methods in accounting*. New York: D. Van Nostrand Company, 1980.

MARTINS, Eliseu. *Contabilidade de custos*. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 1988.

PUELZ, Amy N. & LEE, Sang M. A multiple-objective programming technique for structuring tax-exempt serial revenue debt issues. *Management Science*, vol. 38, nº 8, august 1992.

RAGSDALE, Cliff T. *Spreadsheet modeling and decision analysis: a practical introduction to management science*.. 7 ed. USA: South-Western College, 2001.

RENDER, Barry. & STAIR, Ralph M., Jr. *Quantitative analysis for management* 7 ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1999.

WAGNER, Harvey M. *Pesquisa operacional*. Traduzido por Paulo Antonio Mariotto. Rio de Janeiro: Prentice-Hall, 1986.

WOILER, Samsão & MATHIAS, Washington Franco. *Projetos: planejamento, elaboração e análise*. São Paulo: Atlas, 1985.

ZAPOUNIDIS, Constantin. *Operational tools in the management of financial risks*. USA: Kluwer Academic, 1998.