

Custeio ABC e Outros Sistemas de Custeio: Uma Proposta de Aperfeiçoamento

Samuel Cogan

Resumo:

Os rateios simplistas ditados pela contabilidade de custos tradicional de muito deixaram de trazer os resultados desejados. Em função disso, os conceitos de margem de contribuição e de custeio variável passaram a ser utilizados em substituição aos rateios imprecisos, nas tomadas de decisão. Embora tenha representado um progresso, ficou ainda longe de ser a solução final para o problema do custeio, principalmente no longo prazo, uma vez que não se considera a totalidade dos custos incidentes. A própria contabilidade de ganhos da teoria das restrições se utiliza desse mesmo conceito. Para melhorar essa situação surgiu no final dos anos 80 o conceito do custeio ABC que difere do enfoque do custeio tradicional, pela forma como os custos são acumulados. Enquanto que os opositores do sistema ABC insistem que é impossível a distribuição dos custos fixos, a sistemática ABC mostra que os custos das atividades a níveis de unidade, de lote e de projeto, mantém relações de causa-e-efeito que viabilizam a distribuição adequada dessas despesas. Contudo, um problema ainda persiste: essa proporcionalidade entre atividades e objeto de custos não se aplica às despesas a nível de sustentação de facilidades. Para tanto, e como um aperfeiçoamento ao custeio ABC, esse trabalho apresenta uma metodologia de reconciliação de dados com programação matemática, para os casos onde existem custos de difícil mensuração.

Palavras-chave:

Área temática: SISTEMAS DE CUSTEIO

**CUSTEIO ABC E OUTROS SISTEMAS DE CUSTEIO: UMA PROPOSTA
DE APERFEIÇOAMENTO**

Samuel Cogan - doutor em engenharia de produção
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade de Administração e Ciências
Contábeis; End.: Av. Pasteur 250, Urca, Cep 22290-240, Rio de Janeiro, RJ;
E-mail: scogan@uol.com.br, professor adjunto

Área Temática (3): SISTEMAS DE CUSTEIO

CUSTEIO ABC E OUTROS SISTEMAS DE CUSTEIO: UMA PROPOSTA DE APERFEIÇOAMENTO

Área Temática (3): SISTEMAS DE CUSTEIO

RESUMO:

Os rateios simplistas ditados pela contabilidade de custos tradicional de muito deixaram de trazer os resultados desejados. Em função disso, os conceitos de margem de contribuição e de custeio variável passaram a ser utilizados em substituição aos rateios imprecisos, nas tomadas de decisão. Embora tenha representado um progresso, ficou ainda longe de ser a solução final para o problema do custeio, principalmente no longo prazo, uma vez que não se considera a totalidade dos custos incidentes. A própria contabilidade de ganhos da teoria das restrições se utiliza desse mesmo conceito.

Para melhorar essa situação surgiu no final dos anos 80 o conceito do custeio ABC que difere do enfoque do custeio tradicional, pela forma como os custos são acumulados. Enquanto que os opositores do sistema ABC insistem que é impossível a distribuição dos custos fixos, a sistemática ABC mostra que os custos das atividades a níveis de unidade, de lote e de projeto, mantém relações de causa-e-efeito que viabilizam a distribuição adequada dessas despesas. Contudo, um problema ainda persiste: essa proporcionalidade entre atividades e objeto de custos não se aplica às despesas a nível de sustentação de facilidades. Para tanto, e como um aperfeiçoamento ao custeio ABC, esse trabalho apresenta uma metodologia de reconciliação de dados com programação matemática, para os casos onde existem custos de difícil mensuração.

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Como já conhecido e fartamente apregoadado na bibliografia especializada (Cogan, 1999b), os rateios simplistas ditados pela contabilidade de custos tradicional de muito deixaram de trazer os resultados desejados, qual seja a correta distribuição dos custos indiretos por produtos/serviços. Em função disso, o conceito de custeio variável e de margem de contribuição passaram a ser utilizados ao invés dos rateios imprecisos. Melhores resultados foram então obtidos na distribuição de custos pelos produtos, uma vez que as margens de contribuição, por não considerarem os custos fixos (esse o grande vilão e a razão de ser da problemática que até hoje se deparam estudiosos de todo o mundo), não apresentam valores distorcidos. As empresas passaram, então, a tomar decisões sob o prisma das margens de contribuição como se lucros fossem. Essa forma de custeio, embora tenha ainda espaços específicos, está longe de poder ser considerada a solução final para o problema, principalmente no longo prazo, uma vez que não considera a totalidade dos custos incidentes, no caso, justamente os custos fixos.

A própria contabilidade de ganhos da teoria das restrições (Goldratt, 1991) se utiliza desse mesmo conceito. Sem desmerecer o trabalho global desenvolvido por Goldratt, que graças a sua obra como um todo, tem sido considerado um dos *gurus* dos novos tempos, algumas das prescrições da teoria das restrições não são novas, como é o caso da maximização do ganho por unidade de restrição, e o uso dos resultados sobre a base

do custeio variável. Aproveita, contudo, Goldratt, para criticar qualquer técnica que propõe a distribuição dos custos fixos e clama que os problemas na tomada de decisão não são devidos às distorções nos custos dos produtos e questiona se de fato os custos dos produtos precisam ser calculados. Segundo ele, a contabilidade de custos é a inimiga número um da produtividade – sua contabilidade de ganhos se arvora no conceito de priorizar o mundo dos ganhos ao invés do mundo dos custos.

Assim, no final dos anos 80 surgiu o conceito do custeio ABC idealizado por Coopers e Kaplan. O custeio ABC difere do enfoque do custeio tradicional, pela forma como os custos são acumulados. O sistema tradicional utiliza um modelo de acumulação de dois estágios. Primeiro os custos são acumulados por função ou departamento e depois rateados pelos produtos através de um simples fator volumétrico de medição. O ABC tem como foco os recursos e as atividades como geradores de custos, enquanto que o custeio tradicional focaliza os produtos como geradores de custos.

Holmen (1995) foi muito feliz quando considerou os seguintes seis pressupostos que ancoram o sistema de custeio ABC:

O primeiro é de que *atividades consomem recursos*, e recursos adquiridos criam custos. O segundo, de que *produtos ou clientes consomem atividades*. Uma terceira suposição com relação ao ABC é de que *modelos de ABC consomem ao invés de gastarem*. Essa consideração é deveras importante e possivelmente mais que todas. Para que os custos reduzam é necessário uma mudança nos gastos. O ABC, entretanto, não mede o gasto e sim o consumo. No curto prazo, uma mudança na atividade irá ter pequeno ou nenhum impacto no consumo dos recursos. No longo prazo, entretanto, ajustes poderão ser feitos para trazerem os gastos em alinhamento com o consumo.

A quarta suposição, relacionada muito de perto com as duas outras, é de que *existe numerosas causas para o consumo dos recursos*. Uma outra consideração implícita na quarta suposição é de que *uma grande quantidade de atividades podem ser identificadas e medidas*. Essas atividades servem de ligação entre o custo dos recursos e o custo dos objetos. Essas ligações ativam a utilização de múltiplos centros de custos ao invés de um único centro de custos – refletindo uma relação de causa e efeito.

O custeio tradicional tem utilizado algumas medições de atividades para ratear os custos aos produtos e com frequência o fator usado tem sido horas de mão-de-obra direta. O maior avanço do ABC foi reconhecer que, em adição ao uso de muitas medições de atividades, essas medições poderiam ser organizadas numa hierarquia que Cooper (1990) apresentou como:

- *Atividades a nível de unidades*, que ocorrem cada vez que uma unidade é produzida;
- *Atividades a nível de lote*, que ocorrem cada vez que um lote de mercadorias é produzido;
- *Atividades a nível de produto (projeto)*, que ocorrem como suporte no projeto de produção de cada diferente tipo de produto;

- *Atividades a nível de sustentação de facilidades*, que ocorrem com as facilidades que dão suporte a um processo geral de fabricação.

O quinto pressuposto do ABC é que *os centros de acumulação dos custos em atividades são homogêneos*, o que significa que em cada centro de custos de atividades só existem atividades de cada um dos quatro níveis que acabaram de ser apresentados.

O sexto e último pressuposto do ABC é de que *todos os custos em cada centro de atividades funcionam como se variáveis fossem (mantendo proporcionalidade com a respectiva atividade)*. Quando esta consideração é acoplada com a anterior da homogeneidade dos centros de atividades torna-se aparente que somente os custos considerados *fixos*, no sentido tradicional do termo, seriam os correspondentes às atividades a nível de sustentação de facilidades. É interessante consignar a observação de Kaplan et al. (1998) que diz textualmente “alguns clamam, incorretamente, que o custeio ABC assume que quase todos os custos de uma empresa são variáveis”. Isso, contudo, não invalida essa sexta consideração onde os custos acumulados em cada centro de atividade são homogêneos apresentando despesas de um dos quatro níveis da hierarquia de Cooper, e mantendo uma proporcionalidade com essas atividades, mensuradas através de compreensíveis relações de causa e efeito ditadas por direcionadores de custos de base causal.

A maioria dos críticos do custeio ABC teima em radicalizar quando encerram a problemática em seu início - insistem na impossibilidade da distribuição dos custos fixos. A hierarquia dos níveis de Cooper (1990) mostra a criatividade do ABC, onde os custos das atividades a nível de unidade variam segundo uma relação de causa-e-efeito proporcional às unidades produzidas; e o mesmo raciocínio também se aplicam aos custos das atividades a nível de lote, e a nível de projeto do produto. Contudo, o mesmo não pode ser dito com relação às despesas a nível de sustentação de facilidades, onde a distribuição das atividades aos objetos de custos ainda é feito através de direcionadores de baixo nível causal definidos arbitrariamente. Na tentativa de contornar esse inconveniente é apresentado a seguir, uma metodologia de aperfeiçoamento do custeio ABC para os custos de difícil medição.

2. PROPOSTA DE APERFEIÇOAMENTO DO CUSTEIO ABC: RECONCILIAÇÃO DE DADOS COM PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA NÃO-LINEAR

Considerando-se que alguma(s) parcela(s) de custos/despesas podem não apresentar uma relação de causa-e-efeito que lhe confira um direcionador de custo adequadamente preciso e viável economicamente, porque não utilizar uma metodologia inspirada nos fluxos de massas da indústria química.

Essa metodologia (Cogan, 1999a), consiste inicialmente em aplicar o método ABC ao caso em estudo, e em seguida submetê-lo ao método de reconciliação de dados proposto. Essa técnica de aplicação original para a área de custeio, se utiliza das parcelas precisas de custos obtidas através do método ABC (custos de fácil medição), e

reconcilia as não precisas (que são consequência da existência de custos de difícil medição) através a utilização de modelos matemáticos de otimização.

Nas plantas químicas observa-se um grande número de unidades de processos tais como vasos de reação, colunas de destilação, tanques de armazenagem, etc., que estão interconectados entre si por uma complicada rede de fluidos. Medições das taxas dos fluxos de massa, temperaturas, concentrações de componentes, etc. são rotineiramente feitas com o propósito do controle do processo e avaliação do desempenho do processo. Espera-se que essas medições satisfaçam às restrições dos equilíbrio de massa e energia associados ao processo da rede, quando esse processo está num estado de equilíbrio. Entretanto, as restrições geralmente não são satisfeitas, em virtude da presença de possíveis erros grosseiros ou randômicos no processo de dados. Esses últimos erros são devidos à má calibração ou ao mau funcionamento dos instrumentos de medição, vazamentos desconhecidos, etc.

Hlavacek (1977) considera a existência de três tipos de erros. O primeiro se refere ao ajuste dos equilíbrios de massa sujeitos a pequenos erros randômicos. O segundo alude aos ajustes dos equilíbrios de massa sujeitos a erros grosseiros e o terceiro tipo de erro se relaciona à escolha dos pontos de medição. A questão da reconciliação é, então, usada para corrigir o problema, e de predizer o valor dos dados, tanto dos que foram medidos, quanto dos que não foram medidos (Tamhano e Mah, 1985).

O problema é então descrito em termos matemáticos e duas técnicas principais são utilizadas para resolvê-lo: a programação linear e a programação quadrática, ambas com a finalidade de otimizar o sistema, dando como resultado todos os dados de medições reconciliados. Esse modelo deve atender a algumas restrições como os equilíbrios de massa em cada nó.

3. EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE RECONCILIAÇÃO DE DADOS COM O CUSTEIO ABC

Similar ao que acontece numa planta química pode-se visualizar um modelo de um sistema de custos como sendo uma rede por onde fluem os custos. Se na planta química a reconciliação de dados é aplicada no controle de massas e suas medições - porque não se utilizar dessa metodologia para o aprimoramento nas medições de custos das diversas atividades?

3.1. 1ª Etapa: Preparar o modelo ABC para a empresa/caso que está sendo considerado

A figura 1 apresenta o diagrama esquemático de um modelo ABC já calculado. Como o objetivo desse trabalho é o de mostrar a aplicação da metodologia de

reconciliação de dados omitiu-se toda uma série de detalhes utilizados no cálculo do modelo de custeio ABC apresentado na figura 1.

Assim, sete recursos são mostrados sem a preocupação de nominar que despesas representam. Portanto, X_1 a X_7 representam sete recursos que foram acumulados em quatro centros de acumulação de custos por atividades. O diagrama esquemático mostra que o recurso X_1 foi alocado diretamente no centro de atividades I; os recursos X_3 e X_4 foram alocados diretamente no centro de atividades II; X_5 e X_6 foram alocados diretamente no centro de atividades III; e X_7 no centro de atividades IV. O recurso X_2 , através de um direcionador de custos de primeiro estágio foi distribuído pelos

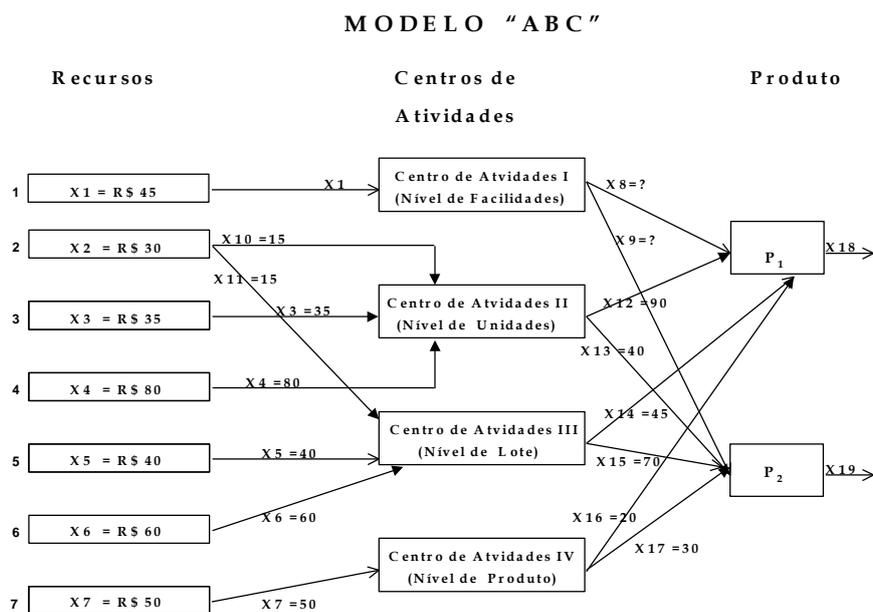


Figura 1

centros de atividades II e III. Como resultado desse direcionamento utilizado resultou distribuição de R\$15 ($X_{10} = 15$) para o centro II e também R\$15 ($X_{11} = 15$) para o centro III. O diagrama em referência apresenta quatro centros de atividades e igualmente ao que se fez com relação aos recursos, eles também não foram nominados, pois obviamente o foco, nesse trabalho, não é a solução detalhada de um modelo clássico de custeio ABC. Contudo, foram informados os níveis da hierarquia de Cooper a que se referem. Assim, o centro de atividades I se refere à acumulação de custos à nível de sustentação de facilidades, enquanto que os centros de atividades II, III e IV se referem, respectivamente, aos níveis de unidade, lote e projeto de produto.

Conforme já comentado, para os níveis de unidades, lote e projeto de produto, o custeio ABC consegue obter direcionadores de custos que mantêm uma adequada proporcionalidade entre atividades e objetos de custos, observando-se aí relações de causa-e-efeito muito claras. As atividades a nível de unidade mantêm proporcionalidade com as unidades produzidas. As atividades a nível de lote (preparação de máquinas, por exemplo) não dependem da quantidade produzida e sim do número de lotes de preparação, nesse caso. As atividades de sustentação de produto (pesquisa e desenvolvimento/projeto de produto, por exemplo) variam com o número de diferentes tipos de produtos durante todo o ciclo-de-vida desses produtos.

Já no tocante aos custos a nível de sustentação de facilidades (prédios, terrenos, iluminação e refrigeração/aquecimento, manutenção da planta, etc.) essa proporcionalidade já não existe e os direcionadores utilizados apresentam-se com baixa base causal e sua escolha muitas vezes é feita de forma arbitrária..

Ainda com relação ao diagrama da figura 1 observa-se que o centro de atividades II, nível de unidades, direcionou R\$90 ($X_{12} = 90$) para o produto P_1 e R\$40 ($X_{13} = 40$) para o produto P_2 . Já o centro de atividades III, nível de lote, distribuiu R\$45 ($X_{14} = 45$) e R\$70 ($X_{15} = 70$), respectivamente para os produtos P_1 e P_2 . O centro de atividades IV, nível de sustentação de projeto de produto, distribuiu R\$20 ($X_{16} = 20$) e R\$17 ($X_{17}=30$), respectivamente para os produtos P_1 e P_2 .

A distribuição do centro de atividades I, nível de sustentação de facilidades, pelos motivos apresentados, deixou de ser feita pela sistemática usual do custeio ABC. Para fazê-lo será utilizada a metodologia de reconciliação de dados com programação matemática não-linear.

3.2.1. 2ª Etapa: Aplicar metodologia de reconciliação de dados com programação matemática não linear.

Consiste em analisar no modelo ABC mostrado no item 3.1, os valores dos custos para os quais se tem suficiente confiança quanto a sua precisão, e também aqueles outros onde não foram considerados direcionadores seguros, ou seja, onde não se estabeleceu uma relação de causa-e-efeito. Entrar com os valores precisos nas equações de programação matemática não-linear para a reconciliação de todos os dados. No caso em apreço, os valores não precisos e para os quais nem se cogitou, no modelo ABC em apreço, de utilizar um direcionador pois poderia ser arbitrário, são os correspondentes às atividades a nível de sustentação de facilidades (X_8 e X_9).

A solução na prática torna-se simples graças ao uso de *softwares* de programação matemática não-linear, como o GINO - General INteractive Optimizer (Liebman et al. 1984), tendo aqui sido utilizado o aplicativo *Gino/PC* (20 April 90), Copyright © 1984-89 Leon Lasden, Alan Waren, and Lindo Systems Inc.

Assim, X_8 e X_9 serão obtidos através da técnica da reconciliação de dados considerada.

No apêndice desse trabalho é apresentada a formulação matemática do modelo de reconciliação de dados com ABC, para esse exemplo.

A figura 2 apresenta os resultados obtidos após a aplicação do *software* GINO. Consiste em entrar com os valores considerados precisos nas equações, omitindo os não

precisos. Rapidamente o sistema GINO executa os cálculos reconciliando todos os valores (inclusive os dados precisos fornecidos) e apresenta a solução conforme figura 2. Ela mostra que $X_8 = 20$ e $X_9 = 25$ que são os valores distribuídos aos produtos pelo centro de atividades I (nível de sustentação de facilidades). Os totais obtidos para P_1 e P_2 foram $X_{18} = 175$ e $X_{19} = 165$.

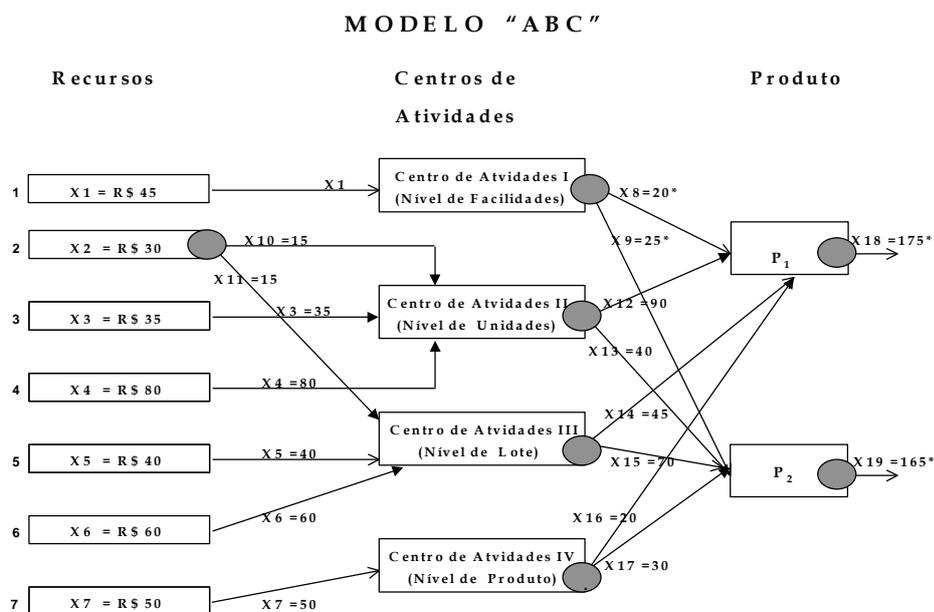


Figura 2

4. COMENTÁRIOS FINAIS

Esse trabalho, inicialmente, faz uma análise das deficiências das formas de custeio utilizadas anteriormente ao surgimento do custeio baseado-em-atividades ABC. Em seguida apresenta as suposições, organizadas por Holmen (1995), que suportam o custeio ABC. Essas, ao contrário do que afirmam opositores à sistemática ABC, mostram que as atividades a nível de unidades, nível de lote e nível de sustentação de produto mantêm relações de causa-e-efeito com os objetos de custos, que garantem a precisão desejável na distribuição dos recursos despendidos aos produtos/serviços.

Para as atividades a nível de sustentação de facilidades, contudo, essa relação causal não se aplica. Dessa forma, o presente trabalho desenvolve um modelo de custeio ABC acoplado ao conceito de reconciliação de dados utilizado nas plantas químicas, objetivando a determinação dos custos indiretos consumidos pelos produtos ou serviços, quando houver incidência de custos de difícil obtenção.

Assim, o custeio ABC em alguns casos pode utilizar direcionadores de custos de baixa relação causal ou baseados em volume. A metodologia de reconciliação de dados

utilizadas nas plantas químicas, contudo, se fixando naqueles direcionadores altamente precisos do ABC (alocação direta ou alocação com forte base causal), e utilizando-se de programação matemática não-linear, reconcilia as demais taxas de consumo (correspondentes aos direcionadores de custos do ABC), minimizando os erros e mantendo o equilíbrio da rede de custos, como um sistema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

COGAN, S. *Modelos de ABC/ABM*. Rio de Janeiro: Qualitymark Editora, 1997.

~~Um Modelo~~ de Reconciliação de Dados para o Custeio Baseado-em- Atividades (ABC). *Revista da RAE*, v.39, n.2 , p.46-53,1999a.

Custos e Preços – Formação e Análise. São Paulo, Editora Pioneira, 1999b.

GOLDRATT, E. M.; FOX, R. E. *A Síndrome do Palheiro*. São Paulo: Claudiney Fullmann, 1991.

COOPER, R. Cost Classification in Unit-Based and Activity-Based Manufacturing Cost Systems. *Journal of Cost Management*, Fall, p. 4-14, 1990.

GORCZYNSKI, E.W. *Making the most of your plant data*. Proc. Syst. Eng. PSE 85: The use of computers in chemical engineering - Instr. Chem. Engrs. Symposium Series, n.92, 1985.

HLAVACECK, V. Analysis of a complex plant - steady state and transient behavior. *Computers in Chemical Engineering*, v.1, p.75-100, 1977.

HOLMEN, J. S. ABC vs TOC: It's a Matter of Time. *Management Accounting*, January, p 37-40, 1995.

KAPLAN, R. S. ; COOPER, R. *Cost & Effect: Using Integrated Cost Systems to Drive Profitability and Performance* . Boston : Harvard Business School Press, 1998.

LIEBMAN, J. & SHRAGE, L. & LASDON, L. & WAREN, A. Applications Of Modeling And Optimization with GINO. USA: *The Scientific Press*, 1984.

SCHRAGE, L., *Optimization Modeling with LINGO*, 1st. ed. Chicago, IL: LINDO Systems Inc, 1998.

TAMHANO, A. C. e MAH, R. S. H. Data Reconciliation and Gross Error Detection in Chemical Process Networks. *Technometrics*, v. 27, nº 4, Nov. 1985.

APÊNDICE

CONSTRUÇÃO DOS MODELOS DE RECONCILIAÇÃO DE DADOS

A metodologia de reconciliação para esse exemplo considerou que as alocações do centro de atividades I (nível de sustentação de facilidades), X_8 e X_9 não eram confiáveis enquanto que os demais ofereciam a segurança desejada (níveis de unidades, lote e projeto).

A equação de otimização do sistema é:

$$\begin{aligned} \text{MIN} = & (X_1 - 45)^2 + (X_2 - 30)^2 + (X_3 - 35)^2 + (X_4 - 80)^2 + (X_5 - 40)^2 + (X_6 - 60)^2 + \\ & (X_7 - 50)^2 + (X_{10} - 15)^2 + (X_{11} - 15)^2 + (X_{12} - 90)^2 \\ & + (X_{13} - 40)^2 + (X_{14} - 45)^2 + (X_{15} - 70)^2 + (X_{16} - 20)^2 + (X_{17} - 30)^2; \end{aligned}$$

Como o sistema deve atender a uma série de restrições, como o equilíbrio em cada nó, e a figura 2 mostra a existência de sete nós e dezenove correntes (de X_1 até X_{19}).

Pode-se então construir o seguinte modelo:

$X_1 - X_8 - X_9 = 0$;	[equilíbrio no nó 1]
$X_2 - X_{10} - X_{11} = 0$;	[equilíbrio no nó 2]
$X_{10} + X_3 + X_4 - X_{12} - X_{13} = 0$;	[equilíbrio no nó 3]
$X_{11} + X_5 + X_6 - X_{14} - X_{15} = 0$;	[equilíbrio no nó 4]
$X_7 - X_{16} - X_{17} = 0$	[equilíbrio no nó 5]
$X_{12} + X_{14} + X_8 + X_{16} - X_{18} = 0$;	[equilíbrio no nó 6]
$X_{13} + X_{15} + X_9 + X_{17} - X_{19} = 0$;	[equilíbrio no nó 7]

Outras restrições a serem atendidas são as de que o valor de cada X_i deverá ser positiva. Então pode-se escrever:

$$\begin{aligned} X_1 &> 0 ; \\ X_2 &> 0 ; \\ X_3 &> 0 ; \\ X_4 &> 0 ; \\ X_5 &> 0 ; \\ X_6 &> 0 ; \\ X_7 &> 0 ; \\ X_8 &> 0 ; \\ X_9 &> 0 ; \\ X_{10} &> 0 ; \\ X_{12} &> 0 ; \\ X_{13} &> 0 ; \\ X_{14} &> 0 ; \\ X_{15} &> 0 ; \end{aligned}$$

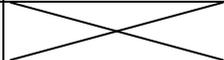
$$\begin{aligned} X_{16} &> 0; \\ X_{17} &> 0; \\ X_{18} &> 0; \\ X_{19} &> 0; \end{aligned}$$

Além disso, os recursos devem somar os valores registrados nos livros da companhia, para as despesas:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 = 290;$$

Ou seja, a técnica da programação matemática não-linear minimizará os quadrados das diferenças entre os resultados reconciliados de cada X_i com seus valores considerados precisos obtidos no modelo ABC em referência, e respeitando as demais restrições das equações.

A solução dessas equações pode ser obtido rapidamente através a utilização de um aplicativo como o GINO. O resultado obtido é apresentado a seguir, conforme consta da figura 2, onde foram arredondadas as casas decimais:

$X_1 = 45,00$	$X_2 = 29,99$	$X_3 = 35,00$	$X_4 = 79,99$
$X_5 = 39,99$	$X_6 = 59,99$	$X_7 = 50,00$	$X_8 = 19,99$
$X_9 = 25,00$	$X_{10} = 14,99$	$X_{11} = 15,00$	$X_{12} = 89,99$
$X_{13} = 39,99$	$X_{14} = 45,00$	$X_{15} = 69,99$	$X_{16} = 20,00$
$X_{17} = 29,99$	$X_{18} = 174,99$	$X_{19} = 165,01$	

Afim de descrever o problema matematicamente considerou-se um processo constituído de \underline{n} correntes, representado por uma rede de \underline{k} nós. Do número total de correntes \underline{n} , somente \underline{m} são medidas. A precisão das medidas é indicada por \underline{m} valores de custos. A função objetivo a ser minimizada é (Gorczyński, 1985) :

Minimizar [função de (R,W)]

onde $R = V - BX$ (\underline{m} relações de medições)

sujeito a $MX = 0$

$$X \geq 0$$

com $n > k$

$$m > n - k$$

onde

V - é um vetor dos valores medidos de comprimentos \underline{m} ;

X - é um vetor de todos os custos medidos e não-medidos de comprimentos \underline{n} ;

M - é a matriz de conectividade dos custos \underline{k} por \underline{n} ;

B - é a matriz relacionando os valores medidos ao custo de tamanho \underline{m} por \underline{n} ;

W - é um vetor de valores de comprimentos \underline{m} ;

R - é um vetor de erros (residuais) dos valores medidos de \underline{m} e que é a diferença entre o valor medido e o valor reconciliado.

Um ponto a ser verificado é de que no desenvolvimento das equações do modelo de reconciliação de dados, o número de valores medidos, utilizado na equação de otimização, tem que atender à seguinte restrição:

$$m = n - k > 0 ,$$

Onde, \underline{m} - representa o número de medidas consideradas precisas no modelo ABC, e que foram consideradas na equação de minimização.

\underline{n} - é o número de correntes (X_i)

\underline{k} - é o número de nós de onde chegam e partem as correntes.

No caso em apreço, conforme figura 2 tem-se:

$$\underline{n} = 19 \text{ correntes}$$

$$\underline{k} = 7 \text{ nós, então } m > 19 - 7 \text{ ou } m > 12$$

Essa restrição foi satisfeita pois na equação (24) foram consideradas 15 medições.