

Planejamento e controle da produção de vinho utilizando modelos de previsão de demanda e programação matemática

Taciana Mareth (PUC-Rio) - tacionamareth@yahoo.com.br

Norma Alice da Silva Carvalho (PUC-Rio) - nascarvalho86@yahoo.com.br

Pedro Teixeira Cardoso Lobato (PUC-Rio) - pplobato@gmail.com

Nelio Domingues Pizzolato (Puc-Rio) - ndp@puc-rio.br

Resumo:

Este estudo tem como objetivo evidenciar a contribuição dos modelos de previsão de demanda e da programação matemática para o controle e planejamento da produção em uma vinícola. Para tanto, os dados necessários foram coletados por meio da Embrapa e, em seguida, procedeu-se às análises e interpretações - aplicação das técnicas de previsão e a formulação matemática. Conclui-se que, utilizando a simulação dos cenários a partir dos modelos de previsão e da programação matemática, é possível se ter uma visão sistêmica dos processos e, principalmente, dos impactos que cada alteração poderá trazer à empresa.

Palavras-chave: *Planejamento e Controle da Produção. Previsão de Demanda. Programação Matemática.*

Área temática: *Métodos quantitativos aplicados à gestão de custos*

Planejamento e controle da produção de vinho utilizando modelos de previsão de demanda e programação matemática

Resumo

Este estudo tem como objetivo evidenciar a contribuição dos modelos de previsão de demanda e da programação matemática para o controle e planejamento da produção em uma vinícola. Para tanto, os dados necessários foram coletados por meio da Embrapa e, em seguida, procedeu-se às análises e interpretações – aplicação das técnicas de previsão e a formulação matemática. Conclui-se que, utilizando a simulação dos cenários a partir dos modelos de previsão e da programação matemática, é possível se ter uma visão sistêmica dos processos e, principalmente, dos impactos que cada alteração poderá trazer à empresa.

Palavras-chave: Planejamento e Controle da Produção. Previsão de Demanda. Programação Matemática.

Área Temática: Métodos quantitativos aplicados à gestão de custos.

1 Introdução

Com o processo de globalização iniciado nos anos 90, as empresas encontram um novo cenário de concorrência local para mundial e, no intuito de se manterem competitivas, os esforços dos gestores devem ser para compreender o processo produtivo, conhecer suas peculiaridades e buscar soluções com redução de custo, tempo de produção, etc. Assim, a organização adquire competência para trabalhar sempre buscando a melhoria contínua, imprescindível para competirem local e globalmente (LUSTOSA *et al.*, 2008).

Desta forma, com um papel integrador e apresentando uma visão geral da organização, o planejamento e controle da produção (PCP) é de suma importância, pois é responsável pela coordenação e aplicação dos recursos produtivos de modo a atender da melhor forma possível aos planos estabelecidos nos níveis estratégico, tático e gerencial. A Figura 1 apresenta o PCP no âmbito dos diferentes níveis de planejamento.

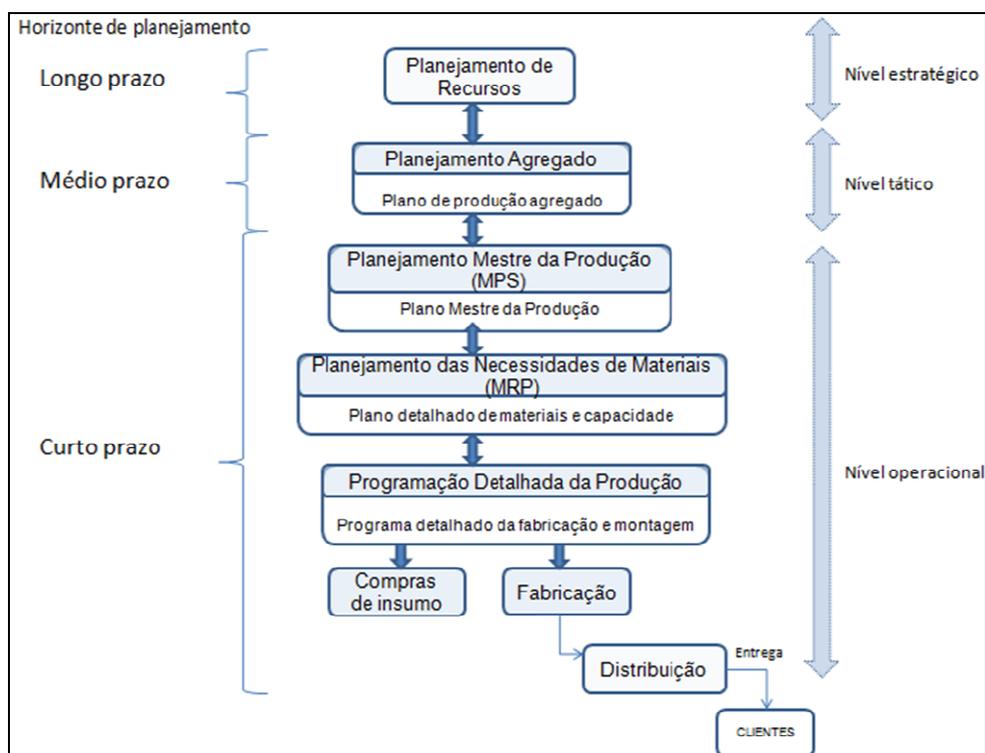
Observa-se na Figura 1 que, no nível estratégico, definem-se o plano de aquisição de recursos e, no nível tático, são estabelecidos os planos de médio prazo para a produção (planejamento agregado). O Planejamento Agregado busca dimensionar recursos para atender políticas de: reposição, estoque, mão-de-obra, nível de serviço, atendimento à demanda, recursos críticos e investimentos.

No nível operacional são preparados os planos de curto prazo, como resultado do Planejamento das Necessidades de Materiais (MRP). O elo entre o nível tático e operacional é o Planejamento Mestre da Produção (MPS), que guia as ações do sistema de manufatura no curto prazo, estabelecendo quando e em que quantidade cada produto deverá ser produzido dentro de certo horizonte de planejamento.

O MPS direciona o MRP com uma programação de produtos acabados, informando quanto (quantidade) e quando (prazo) estes devem ser entregues. Nesse contexto, o MRP pode ser considerado como uma programação de obtensões (aquisição de matérias-primas e produção de produto acabado) que é alinhado ao MPS (LUSTOSA *et al.*, 2008).

Uma das ferramentas mais utilizadas para resolver problemas de PCP é a programação matemática. Segundo Pizzolato e Gandolpho (2009, p. 8), “a programação matemática, ou

otimização, consistem em buscar por um valor ótimo, que pode ser um máximo ou mínimo, de uma função”.



Fonte: Adaptado de Lustosa *et al.* (2008) e Silver *et al.* (1998).

Figura 1 – Visão geral do planejamento e controle da produção

Outro item importante, e de extrema dificuldade neste contexto, é estimar a demanda de cada período (previsão de vendas), ou seja, o valor que será a base para o PCP. Wanke (2006, p. 19) afirma que, cada tomador de decisão pode implementar modelos ou técnicas de previsão de demanda “como subsídio às atividades de planejamento e controle, seja no campo estratégico, seja no tático, seja no operacional”.

A eficiência e a precisão na previsão de vendas serão capazes de “compor um *mix* adequado entre o resultado fornecido pelas técnicas quantitativas, sua sensibilidade de mercado e as restrições impostas pelos diversos departamentos da empresa. Em essência, esses são os pilares fundamentais do processo de planejamento da demanda” (WANKE, 2006, p. 20).

Neste sentido, o presente artigo, tem como objetivo principal evidenciar a potencial contribuição dos modelos de previsão de demanda e da programação matemática para o controle e planejamento da produção de vinícolas no âmbito tático.

Alguns estudos semelhantes podem ser encontrados em: Costa e Silva (2010), Mareth *et al* (2010) e Guimarães e Diallo (2010). Costa e Silva (2010) utilizam a programação linear inteira mista para controlar a produção industrial, considerando na modelagem matemática dados de: tempos de processo, características de produtos, equipamentos utilizados e a demanda real. Em Mareth *et al* (2010), para melhorar o processo de tomada de decisão em uma indústria de usinagem, foi elaborado um modelo matemático com alguns cenários simulados a partir do cálculo da margem de contribuição e lucro líquido.

Guimarães e Diallo (2010) utilizaram as técnicas de previsão de demanda e a simulação computacional para auxiliar na tomada de decisão no PCP de uma empresa familiar que não adota técnicas para a gestão da cadeia de suprimentos. Os autores comentam que, um

“benefício observado foi a possibilidade de ter uma visão sistêmica dos efeitos que alterações nos processos terão sobre o desempenho global dos fluxos de produção, possibilitando a criação de cenários futuros sem a necessidade de investimentos reais” (GUIMARÃES e DIALLO, 2010, p. 23).

Este estudo está dividido em 4 seções: introdução, metodologia proposta, análise dos resultados e considerações finais.

2 Metodologia da pesquisa

Esta seção apresenta a metodologia deste estudo e está dividida em 3 itens: classificação da pesquisa, previsão de demanda e programação matemática.

2.1. Classificação da Pesquisa

Este estudo se classifica em documental e quantitativo. Martins e Theóphilo (2009, p. 55 e 107) afirmam que os estudos documentais são aqueles que “empregam fontes primárias e que ainda não foram objeto de análise” enquanto que, os estudos quantitativos, são aqueles “em que os dados e as evidências coletados podem ser quantificados, mensurados”.

Os dados utilizados nesta pesquisa foram coletados por meio da Embrapa Uva e Vinho (2006) e se referem ao consumo e aos custos de produção do vinho tinto de mesa em vinícolas do estado do Rio Grande do Sul. Os dados de consumo compreendem o período de 1980 a 2010.

A partir destes dados, foram realizadas a previsão da demanda e a modelagem matemática, passos estes descritos nos próximos itens – 2.2 e 2.3.

2.2. Previsão de Demanda: Séries temporais

Uma série temporal, $\underline{Z}_T = (Z_1, Z_2, \dots, Z_T)$, é um conjunto de observações obtidas sequencialmente ao longo do tempo (BOX *et al.*, 1994). Neste estudo, o enfoque usado para análise da série temporal será no domínio do tempo com o modelo univariado paramétrico estrutural de previsão.

2.2.1. Modelo estrutural de previsão

O modelo estrutural considera observações de uma série temporal como sendo um somatório das componentes: tendência, sazonalidade e erro aleatório (conforme eq. (1)).

$$Z_t = T_t + S_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

Sendo:

t : indica instante de tempo. $t = 1, \dots, n$;

Z_t : valor observado da variável Z no instante t ;

T_t : componente tendência. Indica o comportamento da série ao longo do tempo (constante, linear, quadrática, etc);

S_t : componente sazonal. Indica a repetição de um padrão na série dentro de um determinado período do ano;

ε_t : erro aleatório ou ruído.

Ao analisar o comportamento da série de dados ao longo do tempo, pode-se a partir da eq. (1) obter três casos particulares do modelo (CARVALHO, 2011):

- Modelo para séries localmente constantes, definido pela eq. (2):

$$Z_t = a + \varepsilon_t \quad (2)$$

- Modelo para séries com tendência linear, definido pela eq. (3):

$$Z_t = a + t \times b + \varepsilon_t \quad (3)$$

- Modelo para séries com tendência linear e com sazonalidade multiplicativa, definido pela eq. (4):

$$Z_t = (a + t \times b) \times S_t + \varepsilon_t \quad (4)$$

2.2.2. Equação de previsão

A equação de previsão consiste em estabelecer valores futuros para a série baseada tanto na informação atual quanto nas informações passadas (CARVALHO, 2011), conforme a eq. (5):

$$\hat{Z}_t(\tau) = E\{Z_{t+\tau} | \underline{Z}_t\} \quad (5)$$

Sendo:

τ : horizonte da previsão;

$\hat{Z}_t(\tau)$: previsão da variável Z realizada no instante t para τ -passos-a-frente;

\underline{Z}_t : série histórica da variável Z .

O erro de previsão τ -passos a frente no instante t é definido conforme a eq. (6):

$$e_\tau(t) = Z_t - \hat{Z}_{t-\tau}(\tau) \quad (6)$$

Para realizar a previsão da variável Z para o instante $t + \tau$, deve-se identificar o modelo que melhor se ajusta a série temporal e estimar os parâmetros referentes a tal modelo.

2.2.3. Método de estimação dos parâmetros

A estimação paramétrica consiste em obter valores para as quantidades desconhecidas. O método de estimação escolhido é peculiar a cada modelo.

Entre os métodos tratados na literatura para estimação dos parâmetros, os métodos de suavização são os métodos de previsão mais usados no dia-a-dia das empresas, isso devido à facilidade de implementação e capacidade em gerar boas previsões (BARROS, 2004). Assim, tem-se:

- Método de suavização exponencial simples para modelo localmente constante: trata-se de uma média ponderada que dá pesos maiores às observações mais recentes - eq. (7):

$$\hat{a}_t = \alpha Z_t + (1 - \alpha) \hat{a}_{t-1} \quad (7)$$

Sendo:

\hat{a}_t : estimador do parâmetro a da eq.(2) . $\hat{a}_t = M_t = \frac{Z_{t-n+1} + \dots + Z_{t-1} + Z_t}{n}$, e, M_t a média aritmética das n observações mais recentes;

α : constante de suavização (hiperparâmetro) que assume valor entre 0 e 1.

- Método de suavização exponencial de Holt para modelo com tendência linear: tal método é bastante similar ao método de suavização exponencial duplo (método de Brown). Este, por sua vez, é uma extensão ao método de suavização exponencial simples para o modelo com tendência linear. O diferencial no método de Holt é que são utilizados duas constantes de suavização distintas para suavizar os parâmetros. O método de Holt é implementado pela eq.(8) e eq.(9):

$$\hat{a}_t = \alpha Z_t + (1 - \alpha) (\hat{a}_{t-1} + \hat{b}_{t-1}) \quad (8)$$

$$\hat{b}_t = \beta (\hat{a}_t - \hat{a}_{t-1}) + (1 - \beta) \hat{b}_{t-1} \quad (9)$$

Sendo:

\hat{a}_t : estimador do parâmetro a da eq.(3) . $\hat{a}_t = M_t = \frac{Z_{t-n+1} + \dots + Z_{t-1} + Z_t}{n}$. E, M_t a média aritmética das n observações mais recentes;

\hat{b}_t : estimador do parâmetro b da eq.(3);

α : constante de suavização (hiperparâmetro) do nível que assume valor entre 0 e 1;

β : constante de suavização (hiperparâmetro) da tendência linear que assume valor entre 0 e 1.

- Método de suavização exponencial de Holt-Winters para modelo com tendência linear e sazonalidade multiplicativa: tal método consiste em utilizar uma constante de suavização para suavizar cada componente da série (nível, tendência linear, sazonalidade). O método de

Holt-Winters para o modelo com tendência linear e sazonalidade multiplicativa é implementado pela eq. (10), eq. (11) e eq. (12):

$$\hat{a}_t = \alpha \left[\frac{z_t}{\hat{s}_{m(t)}(t-1)} \right] + (1 - \alpha) [\hat{a}_{(t-1)} + \hat{b}_{(t-1)}] \quad (10)$$

$$\hat{b}_t = \beta [\hat{a}_t - \hat{a}_{(t-1)}] + (1 - \beta) \hat{b}_{(t-1)} \quad (11)$$

$$\hat{s}_{m(t)}(t) = \gamma \left[\frac{z_t}{\hat{a}_t} \right] + (1 - \gamma) \hat{s}_{m(t)}(t-1) \quad (12)$$

Sendo:

\hat{a}_t : estimador do parâmetro a da eq.(4x) no instante t .

\hat{b}_t : estimador do parâmetro b da eq.(4x) no instante t .

$\hat{s}_{m(t)}(t)$: estimador do parâmetro da componente sazonal no instante t .

α : constante de suavização (hiperparâmetro) do nível que assume valor entre 0 e 1;

β : constante de suavização (hiperparâmetro) da tendência linear que assume valor entre 0 e 1.

γ : constante de suavização (hiperparâmetro) da componente sazonal que assume valor entre 0 e 1.

Convém observar que é necessário fornecer estimativas iniciais dos parâmetros. Tal procedimento pode ser visto em Montgomery & Johnson (1976).

2.2.4. Estatísticas para avaliar o desempenho preditivo do modelo

Dentre as estatísticas que avaliam o desempenho preditivo de um modelo de previsão destacam-se (SOUZA, 2010):

- *Mean Absolute Percentual Error* (MAPE) — Usado para medir dentro da amostra o ajuste dos dados ao modelo e o desempenho da previsão. Esta métrica é definida pela eq.(13)

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^N \left(\frac{|Y(t) - \hat{Y}(t)|}{Y(t)} \times 100 \right)}{N} \quad (13)$$

Sendo:

$Y(t)$ é o valor da série temporal no período t ;

$\hat{Y}(t)$ é o valor ajustado da série temporal para o período t ;

N denota o total de observações

Quanto menor for o valor do MAPE, melhor o modelo representa os dados da série ajustada.

- *Mean Absolute Deviation* (MAD) — Usado para medir dentro da amostra o desempenho da previsão. Ele é obtido através da diferença entre os valores estimados e os reais em termos da unidade de medida da variável de interesse. Esta métrica é definida pela eq.(14):

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^N |Y(t) - \hat{Y}(t)|}{N} \quad (14)$$

Assim como o MAPE, quanto menor for o valor do MAD, melhor o modelo representa os dados da série ajustada.

- R^2 — O R^2 indica o quanto da variação total dos dados é explicado pelo modelo. Este coeficiente é calculado através da comparação do erro do modelo e a variação dos dados da série dependente, isto é, série a ser prevista, em torno da sua média. Matematicamente, expresso pela eq.(15):

$$R^2 = \left[1 - \left(\frac{\sum_{t=1}^N (Y(t) - \hat{Y}(t))^2}{\sum_{t=1}^N (Y(t) - \bar{Y})^2} \right) \right] \times 100 \quad (15)$$

Sendo, \bar{Y} a média de Y.

2.3. Pesquisa Operacional: programação matemática

O início da Pesquisa Operacional - PO, geralmente, é atribuído às atividades militares da Segunda Guerra Mundial. “Quando a guerra acabou, o sucesso da PO no empreendimento bélico despertou interesse na sua aplicação fora do ambiente militar” e, com a crescente complexidade das organizações, veio a rápida disseminação da PO em uma diversidade de setores, por exemplo: comercial, industrial e governamental (HILLER e LIEBERMAN, 2006, p. 2).

A PO envolve pesquisa sobre operações e, desta forma, é “aplicada a problemas envolvendo como conduzir e coordenar as operações (isto é, as atividades) em uma organização”. Este “processo começa observando-se e formulando-se cuidadosamente o problema, incluindo a coleta de dados relevantes”. A próxima etapa é construir um modelo matemático (variáveis de decisão, função-objetivo e conjunto de restrições) que tenta abstrair a essência do problema real e, em seguida, são realizadas experimentações do modelo (conhecida como validação do modelo) (HILLER e LIEBERMAN, 2006, p. 2).

“A fase posterior consiste em resolver o modelo e, para tanto, aplicam-se técnicas que vêm sendo continuamente desenvolvidas, especialmente a Programação Linear - PL e suas extensões”. A PL é um “modelo simbólico, composto por números e símbolos matemáticos que fazem o papel das variáveis de decisão” (PIZZOLATO e GANDOLPHO, 2009, p. 6).

Hiller e Lieberman (2006) afirmam que a PO trata da gestão prática das organizações e, uma de suas características é fornecer conclusões positivas e inteligíveis para os tomadores de decisão. Neste contexto, a seção 3 descreve a aplicação tanto dos modelos de previsão quanto da modelagem matemática, apresentando o estudo de caso.

3 Análise dos resultados

Esta seção apresenta a análise dos resultados deste estudo cujo objetivo é evidenciar a contribuição dos modelos de previsão de demanda e da programação matemática para o controle e planejamento da produção em uma vinícola. Conforme comentado anteriormente, os dados utilizados foram coletados via Embrapa Uva e Vinho (2006) para o produto vinho tinto de mesa.

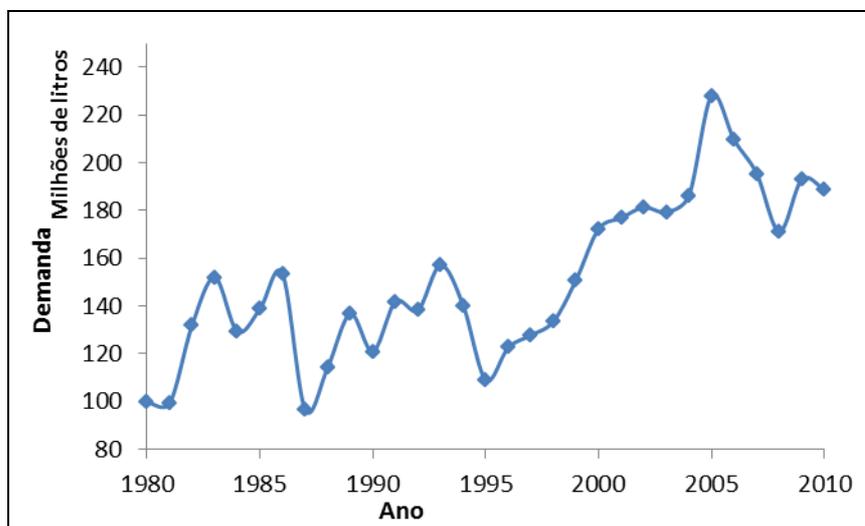
A partir da coleta desses dados, foram aplicados os modelos de previsão de demanda e formulado o modelo matemático, itens 3.1 e 3.2, respectivamente.

3.1. Modelagem da previsão de demanda

Inicialmente, com base nos dados de consumo do vinho tinto de mesa, é necessário verificar o comportamento da demanda para o referido produto no período 1980 a 2010 - Figura 2.

Analisando a figura 2, verifica-se que: (i) a demanda de vinho tinto de mesa no período 1980 a 1995 apresenta comportamento cíclico e constante; (ii) a partir de 1995, há uma tendência linear crescente nesta demanda que começa a decrescer após 2005; (iii) não é possível verificar comportamento sazonal na série pois os dados analisados são anuais; (iv) não é possível verificar comportamento cíclico na série de demanda pois o histórico de dados é pequeno; (v) a variabilidade da série cresce com o nível (a série é heterocedástica). Assim, optou-se por utilizar tanto o modelo para série localmente constante (ver eq.(2)) quanto o

modelo para série com tendência linear (ver eq.(3)) para realizar a previsão da série τ passos a frente.



Fonte: Elaboração própria base de dados da Embrapa Uva e Vinho (2006)

Figura 2 – Comportamento da demanda anual de vinho tinto de mesa no período de 1980 a 2010, Brasil, Rio Grande do Sul

O programa computacional *Forecast Pro Windows* (FPW), registrado pela empresa *Business Forecast Systems*, é utilizado para obter a estimação paramétrica, a previsão e avaliar o desempenho preditivo do modelo adotado. Para estimar os parâmetros do modelo, o programa FPW utiliza o método simplex para minimizar a soma dos erros quadrados sobre os dados históricos. A busca iterativa começa com valor padrão estabelecido pelo programa.

No caso do modelo localmente constante, a estimação paramétrica foi realizada considerando o método de suavização exponencial simples. O programa FPW considerou $\alpha = 0,7250$ e a $\hat{a}_0 = 102.290.840$. Pela eq.(2) e eq.(5), tem-se que a previsão de demanda de vinho tinto de mesa para o período $t + \tau$ realizada no período t é dada pela eq. (16):

$$\hat{Z}_t(\tau) = E\{\alpha + \varepsilon_{t+\tau} | Z_t\} = \hat{a}_t \quad (16)$$

Vale ressaltar que, a cada nova observação (Z_t), o parâmetro do modelo é atualizado pela eq.(7) e novas previsões são realizadas.

As estimativas de demanda de vinho tinto de mesa foram realizadas para todos os instantes do histórico disponibilizado (1980 a 2010). Para o ano de 2010, tem-se: $\hat{a}_{30} = 189.132.704$ e $Z_{31} = 188.649.072$ litros. Logo, pela eq.(16) são obtidas as previsões para os próximos 5 (cinco) anos. Como o modelo ajustado é o localmente constante, a previsão de demanda de vinho tinto de mesa para τ passos a frente se reduz ao último valor suavizado, assim:

$$\hat{Z}_{31}(1) = \hat{Z}_{31}(2) = \hat{Z}_{31}(3) = \hat{Z}_{31}(4) = \hat{Z}_{31}(5) = 188.782.072$$

No caso do modelo com tendência linear, a estimação paramétrica foi realizada considerando o método de suavização exponencial de Holt. O programa FPW considerou $\alpha = 0,6722$ e $\beta = 0,0160$.

Pela eq.(3) e eq.(5), tem-se que a previsão de demanda de vinho tinto de mesa para o período $t + \tau$ realizada no período t é dada pela eq. (17):

$$\hat{Z}_t(\tau) = E\{\alpha + \tau\beta + \varepsilon_{t+\tau} | Z_t\} = \hat{a}_t + \tau\hat{b}_t \quad (17)$$

As estimativas de demanda de vinho tinto de mesa foram realizadas para todos os anos do histórico disponibilizado (1980 a 2010). A cada nova observação (Z_t), os parâmetros do modelo são atualizados pela eq.(8) e eq.(9) e novas previsões são realizadas. O programa computacional disponibilizou o valor dos parâmetros \hat{a}_t e \hat{b}_t no instante $t = 31$: $\hat{a}_{31} = 189.163.000$ e $\hat{b}_{31} = 1.770.500$. Logo, pela eq.(17) são obtidas as previsões para os próximos 5 (cinco) anos. Assim:

$$\hat{Z}_{31}(1) = 189.630.000 + 1 \times 1.770.500 = 191.400.500 \text{ litros}$$

$$\hat{Z}_{31}(2) = 189.630.000 + 2 \times 1.770.500 = 193.171.000 \text{ litros}$$

$$\hat{Z}_{31}(3) = 189.630.000 + 3 \times 1.770.500 = 194.941.500 \text{ litros}$$

$$\hat{Z}_{31}(4) = 189.630.000 + 4 \times 1.770.500 = 196.712.000 \text{ litros}$$

$$\hat{Z}_{31}(5) = 189.630.000 + 5 \times 1.770.500 = 198.482.500 \text{ litros}$$

O desempenho preditivo de cada modelo ajustado foi verificado considerando as estatísticas descritas na seção 2.2.4, e estão apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Estatísticas para avaliar o desempenho preditivo dos modelos ajustados

| Modelo | Estatística | | |
|------------------|-------------|------------|----------------|
| | MAPE | MAD | R ² |
| Constante | 10,74% | 15.314.004 | 63,86% |
| Tendência linear | 10,48% | 14.859.315 | 64,42% |

Fonte: Elaboração própria.

Pelos resultados das estatísticas dispostos na Tabela 1, pode-se concluir que o modelo que melhor se ajusta à série de demanda de vinho tinto de mesa é o modelo com tendência linear. Logo, adotam-se as previsões de demanda realizadas pelo modelo com tendência linear para o planejamento da produção de vinho tinto de mesa – descrito na próxima seção.

3.2. Programação Matemática

Esta seção apresenta a formulação do modelo matemático para o produto vinho tinto de mesa e, na resolução do problema, foram simuladas algumas variações para exemplificar as contribuições da programação matemática nas tomadas de decisões. Por fim, apresenta-se o tipo e a complexidade do problema.

3.2.1 Formulação do modelo

A formulação do modelo consiste em identificar: os índices, os parâmetros, as variáveis de decisão, a função objetivo, as restrições que envolvem o problema de planejamento. Primeiramente foram identificados os índices e os dados/parâmetros do modelo matemático – Quadros 1 e 2.

| Índices | Notação matemática |
|----------|------------------------------|
| Períodos | t = 2011, ..., NT; NT = 2015 |

Fonte: Elaboração própria

Quadro 3 – Identificação do índice do modelo matemático

| Nº | Dados ou Parâmetros | Símbolo e valor | Nº | Dados ou Parâmetros | Símbolo e valor |
|----|------------------------------------|--|----|---------------------|---------------------|
| 1 | Previsão da demanda no período t | d_t (unidade), $t = 2011, \dots, NT$ | 10 | R_rolhas | $r = 0.70$ (R\$) |
| | | $d =$ (dados método de Holt) | 11 | Cap_capsulas | $cap = 0.10$ (R\$) |
| 2 | U_uvas | $u = 1.50$ (R\$) | 12 | Rt_rótulos | $rt = 0.30$ (R\$) |
| 3 | E_enzima | $e = 400$ (R\$) | 13 | Cr_crotulos | $cr = 0.20$ (R\$) |
| 4 | K_potássio | $k = 7.00$ (R\$) | 14 | P_papel | $p = 0.010$ (R\$) |
| 5 | L_levedura | $l = 80.00$ (R\$) | 15 | Cor_cola | $cor = 20.00$ (R\$) |
| 6 | A_açúcar | $a = 0.80$ (R\$) | 16 | Cp_caixa | $cp = 0.28$ (R\$) |
| 7 | T_terra | $te = 2.00$ (R\$) | 17 | W_mão de obra | $w = 1.82$ (R\$) |
| 8 | C_cartucho | $c = 300.00$ (R\$) | 18 | H_custo estocar | $h = 2.00$ (R\$) |
| 9 | G_garrafas | $g = 0.75$ (R\$) | | | |

Fonte: Elaboração própria

Quadro 2 – Identificação dos dados/parâmetros do modelo matemático

Nos Quadros 1 e 2 foram identificados o índice t para o período e os 18 dados/parâmetros que serão utilizados na formulação do modelo matemático. Além destes, no Quadro 3, estão descritas as variáveis de decisão.

| Nº | Variáveis de Decisão | Símbolo |
|----|--|---------|
| 1 | Nível de estoque s ao final de cada período t | s_t |
| 2 | Quantidade de vinho tinto de mesa v produzida no período t | v_t |
| 3 | Custo total de matéria prima mp em cada período t | mp_t |
| 4 | Custo total de embalar emb em cada período t | emb_t |
| 5 | Custo total de mão de obra $mão$ em cada período t | $mão_t$ |
| 6 | Custo total de estocar ch em cada período t | ch_t |

Fonte: Elaboração própria

Quadro 3 – Identificação das variáveis do modelo matemático

No Quadro 3 estão descritas as 5 variáveis de decisão do modelo matemático: nível de estoque, quantidade de vinho a ser produzida e os custos totais (matéria prima, embalagem e mão de obra). Nos Quadros 4 e 5 apresentam-se as restrições e a função-objetivo do modelo matemático.

| Nº | Restrições | Notação matemática |
|----|-----------------------|---|
| 1 | Satisfação da demanda | $s_{t-1} + v_t = d_t + s_t$ $\forall t$ |
| 2 | Estoque mínimo | $s_t \geq 0.19 * v_t$ $\forall t$ |
| 3 | Produção | $v_t \geq d_t - s_{t-1}$ $\forall t$ |
| 4 | Matéria prima | $mp_t = d_t * \left(\frac{1}{26250}\right) * (50000 * u_t + e_t + 10 * k_t + 7 * l_t + 1500 * a_t + 100 * te_t + 5$ $\forall t$ |
| 5 | Embalar | $emb_t = d_t * \left(\frac{1}{26250}\right) * [(1,014) * (g_t + r_t + cap_t + rt_t + cr_t + p_t) + 3 * cor_t + 60($ $\forall t$ |

| | | | |
|---|------------------|--|-------------|
| 6 | Mão de obra | $mda_t = d_t * \left(\frac{1}{26250}\right) * w_t$ | $\forall t$ |
| 7 | Estocagem | $ch_t = s_t * h$ | $\forall t$ |
| 8 | Não-negatividade | $s_t \geq 0, v_t \geq 0, mp_t \geq 0, emb_t \geq 0, mda_t \geq 0, ch_t \geq 0$ | $\forall t$ |

Fonte: Elaboração própria

Quadro 4 – Identificação das restrições do modelo matemático

As restrições em (1) expressam a satisfação da demanda em cada período. Já as restrições em (2) descrevem o estoque mínimo do produto sendo definido como, no mínimo, 19% da produção do período. Este percentual foi estimado por meio da média da diferença entre produção e consumo no período analisado.

As restrições em (3), delimitam que a produção em relação à diferença entre demanda e o estoque inicial de cada período. As restrições em (4), (5), (6) e (7) se referem aos custos de matéria prima, embalagem, mão de obra e estocagem, respectivamente. Nos dados coletados havia diferentes medidas e, portanto, foram realizadas algumas adequações nas restrições (4), (5) e (6), quais sejam: a conversão de garrafas/ano para litros/ano. As restrições em (8) definem a não-negatividade das variáveis de decisão.

No Quadro 5 tem-se a função-objetivo que minimiza os custos totais, quais sejam: matéria prima, embalagem, mão de obra e estocagem.

| Função Objetivo | Notação matemática |
|-------------------------|--|
| Minimizar o custo total | $\sum_{t=2011}^{2015} mp_t + emb_t + mda_t + ch_t$ |

Fonte: Elaboração própria

Quadro 5 – Identificação da função-objetivo do modelo matemático

Com base nos Quadros 4 e 5 foi elaborado o modelo matemático para o problema de minimização dos custos de produção – apresentado a seguir (Figura 3).

| | | |
|-----------|--|-----------------|
| Minimizar | $\sum_{t=2011}^{2015} mp_t + emb_t + mda_t + ch_t$ | (1) |
| Sujeito a | $s_{t-1} + x_t = d_t + s_t$ | $\forall t$ (2) |
| | $s_t \geq 0.19 * v_t$ | $\forall t$ (3) |
| | $v_t \geq d_t - s_{t-1}$ | $\forall t$ (4) |
| | $mp_t = d_t * \left(\frac{1}{26250}\right) * (50000 * u_t + e_t + 10 * k_t + 7 * l_t + 1500 * a_t + 100 * ts_t + 5 * c_t)$ | $\forall t$ (5) |
| | $emb_t = d_t * \left(\frac{1}{26250}\right) * [(1,014) * (g_t + r_t + cap_t + rt_t + ct_t + p_t) + 3 * cor_t + 6000 * cp_t]$ | $\forall t$ (6) |
| | $mda_t = d_t * \left(\frac{1}{26250}\right) * w_t$ | $\forall t$ (7) |
| | $ch_t = s_t * h$ | $\forall t$ (8) |
| | $s_t \geq 0, v_t \geq 0, mp_t \geq 0, emb_t \geq 0, mda_t \geq 0, ch_t \geq 0$ | $\forall t$ (9) |

Fonte: Elaboração própria

Figura 3 – Modelo matemático

Evidencia-se que este problema de planejamento da produção é classificado como modelo LS-C (*Capacitated Lot-Sizing model*) por apresentar multi períodos e limitação da capacidade que varia no tempo. O tipo de programação utilizada foi a linear.

3.2.2 Resolução do problema e simulação de cenários

O modelo matemático proposto foi resolvido pelo *software* AIMMS que utilizou o solucionador CPLEX 12.3, conforme apresenta a Figura 4.

| READY | |
|----------------|-------------------------------|
| AIMMS | : Vinho_Tinto.amb |
| Executing | : MainExecution |
| Line number | : 1 [body] |
| Math.Program | : FO |
| # Constraints | : 41 |
| # Variables | : 36 |
| # Nonzeros | : 104 |
| Model Type | : LP |
| Direction | : minimize |
| SOLVER | : CPLEX 12.3 |
| Phase | : Postsolving |
| Iterations | : 3 |
| Objective | : 3381056426 |
| Best Solution | : 3381056426 |
| Solving Time | : 0.00 sec (Peak Mem: 0.0 Mb) |
| Program Status | : Optimal |
| Solver Status | : Normal completion |
| Total Time | : 0.00 sec |
| Memory Used | : 52.3 Mb |
| Memory Free | : 4096.0 Mb |

Fonte: *Software* AIMMS

Figura 4 – Resolução do AIMMS para o modelo matemático

Analisando a Figura 4, observa-se que o custo mínimo total é de R\$ 3.381.056.426. Os custos com matéria prima e estocagem são os mais relevantes com 87% e 11%, respectivamente. Os custos com embalagem representam 2% e, os de mão de obra, em torno de 0,002%. A produção e o nível de estocagem para o período de 2011 a 2015 estão descritos no Quadro 6.

| Ano | Produção vinho tinto de mesa (litros) | Estoque final (litros) | Custo Total Anual |
|------|---------------------------------------|------------------------|--------------------|
| 2011 | 236.296.913 | 44.896.413 | R\$ 678.168.224,00 |
| 2012 | 183.055.045 | 34.780.458 | R\$ 663.378.926,00 |
| 2013 | 197.729.680 | 37.568.639 | R\$ 674.397.899,00 |
| 2014 | 196.473.284 | 37.329.924 | R\$ 679.363.080,00 |
| 2015 | 198.953.797 | 37.801.221 | R\$ 685.748.287,00 |

Fonte: Elaboração própria

Quadro 6 – Produção do vinho tinto de mesa e estoque final para cada período

Partindo do pressuposto que os custos com a matéria prima não têm uma variação significativa, foram elaborados, além do cenário atual, outros dois cenários para comparar as possíveis variações nos níveis dos estoques. Desta forma, a partir da média de 0,19 e do desvio padrão de 0,12, tem-se o cenário 2 com 0,07 (média deduzida do desvio padrão) e o cenário 3 com 0,31 (média acrescida do desvio padrão). Os resultados dessas novas simulações estão apresentados no Quadro 7.

| Itens | Cenário 1 – Atual | Cenário 2 | Δ% | Cenário 3 | Δ% |
|--------------------|-------------------|-------------------|------|-------------------|-----|
| Custo mínimo total | R\$ 3.381.056.416 | R\$ 3.134.708.509 | -7% | R\$ 3.639.544.669 | 8% |
| Custo de estocagem | R\$ 384.753.313 | R\$ 138.405.396 | -64% | R\$ 643.241.556 | 67% |

Fonte: Elaboração própria

Quadro 7 – Simulação de cenários

Observa-se no Quadro 7 que as alterações nos níveis de estoque impactam significativamente, tanto no custo de estocagem, quanto no custo mínimo total. Comparando os cenários 1 e 2, evidencia-se que há uma redução de 64% no custo de estocagem e, se comparados os cenários 1 e 3, há um acréscimo de 67%.

4 Considerações finais

Este estudo teve como objetivo evidenciar a contribuição dos modelos de previsão de demanda e da programação matemática para o controle e planejamento da produção. Para tanto, primeiramente, foram aplicados os modelos de previsão de demanda na série do consumo do vinho tinto – 1980 a 2010 – e efetuadas as previsões para um período de 5 anos (2011 a 2015). O modelo que melhor se ajustou à referida série é o modelo com tendência linear e, a partir dessas previsões, elaborou-se o modelo de programação matemática.

O objetivo dessa programação foi a minimização dos custos totais da vinícola sujeito a algumas restrições de estoque, produção e demanda. Em seguida, foram simulados cenários, a partir da variação nos níveis de estoque, para complementar as análises do problema de PCP.

Neste contexto, conclui-se que a utilização dos modelos de previsão de demanda e da programação matemática para o controle e planejamento da produção em uma vinícola auxilia no processo de tomada de decisão, uma vez que, por exemplo, a previsão dos dados foi baseada em dados históricos e não somente na intuição dos gestores.

Além disso, os resultados da programação matemática permitem que os gestores simulem antecipadamente a ocorrência dos custos baseados em determinadas quantidades a serem produzidas e estocadas, por exemplo. Outro benefício a ser evidenciado utilizando a simulação dos cenários, assim como em Guimarães e Diallo (2010), é a possibilidade de ter uma visão sistêmica dos processos e, principalmente, dos impactos que cada alteração poderá trazer a empresa.

Referências

BARROS, M. **Processos Estocásticos**. Rio de Janeiro: Papel virtual, 2004, 423p.

BOX, G E P; JENKINS, G M; REINSEL, G C. *Time Series Analysis: Forecasting and control*. 3ª ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1994, 598p.

CARVALHO, N. A. S. **Aplicação de modelos estatísticos para previsão e monitoramento da cobrabilidade em uma empresa de distribuição de energia elétrica no Brasil.** Rio de Janeiro. 2011. Dissertação de mestrado – Programa de Pós-graduação em Metrologia, Qualidade e Inovação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

COSTA, A. R. N., SILVA, A. L. **O planejamento do processo produtivo de uma indústria de panificação por modelos matemáticos.** *Produção Online*, 2010, v. X, n. I, p. 198-222, Florianópolis.

EMBRAPA UVA e VINHO. **Sistemas de produção de vinho tinto.** 2006. Disponível em: <http://www.cnpuv.embrapa.br/>. Acesso em: março/2012.

GUIMARÃES, A. M. C; DIALLO, M. Previsão de demanda e simulação computacional nas empresas de gestão conservadora: estudo de caso. In: XLII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 2010, Bento Gonçalves, Rio Grande do Sul, Brasil.

HILLER, F. S., LIEBERMAN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional.** São Paulo: McGraw-Hill, 2006.

LUSTOSA, L.; MESQUITA, M. A.; QUELHAS, O. L. G.; OLIVEIRA, R. J. **Planejamento e controle da produção.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

MARETH, T.; PAIM, E. S. E.; PIENIZ, L. P.; ERTHAL, F. S. Programação linear como ferramenta de apoio a gestão de custos: um estudo de caso em uma indústria de usinagem. 2010. In: XLII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 2010, Bento Gonçalves, Rio Grande do Sul, Brasil.

Martins, G. A.; Theóphilo, C. R. **Metodologia da investigação científica para ciências sociais aplicadas.** São Paulo: Atlas, 2009.

MONTGOMERY, D. C.; JOHNSON, L. A. *Forecasting and time series analysis.* Mc Graw-Hill Book Co: New York, 1976.

PIZZOLATO, N. D.; GANDOLPHO, A. A. **Técnicas de otimização.** Rio de Janeiro: LTC, 2009.

SOUZA, R. C. **Notas de aula da disciplina análise de séries temporais.** 2010. Departamento de Engenharia Elétrica. ELE2720. PUC-Rio.

SILVER, E. A., PYKE, D. F., PETERSON, R. *Inventory management and production planning and scheduling.* New York: Wiley, 1998.

WANKE, P. **Importância do processo de planejamento da demanda.** In: Wanke, P.; JULIANELLI, I. Previsão de vendas. Rio de Janeiro: Atlas, 2006.