XXXIII Congresso Brasileiro de Custos
17, 18 e 19 de novembro de 2026
- Porto de Galinhas / PE -

Integração entre o learning–forgetting–relearning curve model e o cost at risk para avaliação do risco dos custos de produção

Edson Luiz Valmorbida (UTFPR-LD) - edsonvalmorbida@utfpr.edu.br

José Ângelo Ferreira (UTFPR - LONDRINA) - joseaferreira@utfpr.edu.br

Marcelo AUGUSTO DANKERT (UTFPR) - marceloadankert@gmail.com

Beatriz Santos Ferrari (UTFPR) - beatrizferrari@alunos.utfpr.edu.br

José de Jesus Manoel Neto (UTFPR) - josejesusneto@alunos.utfpr.edu.br

Resumo:

A crescente variabilidade dos processos produtivos torna insuficiente a utilização exclusiva de custos médios para apoiar decisões gerenciais, especialmente em ambientes sujeitos aos efeitos de aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem. Nesse contexto, este estudo propõe uma abordagem integrada entre o Learning–Forgetting–Relearning Curve Model (LFRCM) e o Cost at Risk (CaR), objetivando incorporar a variabilidade operacional à avaliação do risco dos custos de produção. A pesquisa caracteriza-se como aplicada, quantitativa e experimental, utilizando dados provenientes de uma operação de usinagem realizada por três operadores com diferentes níveis de experiência. Inicialmente, o LFRCM foi empregado para estimar os tempos de processamento ao longo de 287 observações válidas por operador. Em seguida, esses tempos foram convertidos em custos previstos por meio da Taxa de Custo da Capacidade (Capacity Cost Rate – CCR). As distribuições dos custos foram analisadas por estatística descritiva e pelo teste de normalidade de Shapiro-Wilk, servindo de base para a estimativa do Cost at Risk com nível de confiança de 95%. Os resultados evidenciaram diferenças significativas na variabilidade dos custos entre os operadores, demonstrando que menores custos médios não implicam, necessariamente, menor exposição ao risco econômico. O CaR permitiu quantificar a margem adicional de custo associada às incertezas do processo produtivo, fornecendo uma medida mais abrangente do que a análise baseada exclusivamente no custo médio. O estudo integra o LFRCM ao CaR, oferecendo aos gestores industriais uma ferramenta para apoiar decisões relacionadas ao planejamento da produção, orçamento, formação de preços e gestão dos riscos operacionais.

Palavras-chave: *Curva de aprendizagem; Curva de esquecimento; Learning–Forgetting–Relearning Curve Model; Cost at Risk; Gestão de custos.*

Área temática: *Custos como ferramenta para o planejamento, controle e apoio a decisões*

Integração entre o learning–forgetting–relearning curve model e o cost at risk para avaliação do risco dos custos de produção

RESUMO

A crescente variabilidade dos processos produtivos torna insuficiente a utilização exclusiva de custos médios para apoiar decisões gerenciais, especialmente em ambientes sujeitos aos efeitos de aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem. Nesse contexto, este estudo propõe uma abordagem integrada entre o *Learning–Forgetting–Relearning Curve Model* (LFRCM) e o *Cost at Risk* (CaR), objetivando incorporar a variabilidade operacional à avaliação do risco dos custos de produção. A pesquisa caracteriza-se como aplicada, quantitativa e experimental, utilizando dados provenientes de uma operação de usinagem realizada por três operadores com diferentes níveis de experiência. Inicialmente, o LFRCM foi empregado para estimar os tempos de processamento ao longo de 287 observações válidas por operador. Em seguida, esses tempos foram convertidos em custos previstos por meio da Taxa de Custo da Capacidade (*Capacity Cost Rate* – CCR). As distribuições dos custos foram analisadas por estatística descritiva e pelo teste de normalidade de Shapiro-Wilk, servindo de base para a estimativa do *Cost at Risk* com nível de confiança de 95%. Os resultados evidenciaram diferenças significativas na variabilidade dos custos entre os operadores, demonstrando que menores custos médios não implicam, necessariamente, menor exposição ao risco econômico. O CaR permitiu quantificar a margem adicional de custo associada às incertezas do processo produtivo, fornecendo uma medida mais abrangente do que a análise baseada exclusivamente no custo médio. O estudo integra o LFRCM ao CaR, oferecendo aos gestores industriais uma ferramenta para apoiar decisões relacionadas ao planejamento da produção, orçamento, formação de preços e gestão dos riscos operacionais.

Palavras-chave: Curva de aprendizagem; Curva de esquecimento; *Learning–Forgetting–Relearning Curve Model*; *Cost at Risk*; Gestão de custos.

Área Temática: Custos como ferramenta para o planejamento, controle e apoio de decisões.

1 INTRODUÇÃO

A crescente competitividade industrial tem ampliado a necessidade de métodos capazes de prever não apenas o comportamento dos custos de produção, mas também os riscos associados à sua variabilidade. Em ambientes produtivos sujeitos a interrupções, mudanças de demanda, rotatividade de operadores e variações no nível de experiência da força de trabalho, os custos deixam de apresentar comportamento determinístico, tornando-se dependentes da dinâmica operacional do processo produtivo. Nesse contexto, modelos que incorporem os efeitos da aprendizagem e do esquecimento tornam-se relevantes para aumentar a precisão das estimativas de custos e apoiar decisões gerenciais em ambientes de elevada incerteza.

Entre os fatores que influenciam o desempenho operacional, a aprendizagem dos operadores destaca-se por promover reduções progressivas no tempo de processamento à medida que aumenta a experiência produtiva. Entretanto, interrupções na produção podem ocasionar perda parcial do conhecimento adquirido, elevando novamente os tempos de execução até que o operador recupere seu

desempenho por meio da reaprendizagem. Esses fenômenos foram incorporados ao Learning–Forgetting–Relearning Curve Model (LFRCM), desenvolvido para representar de forma integrada os processos de aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem ao longo do tempo.

Paralelamente, a crescente necessidade de incorporar a incerteza às análises econômicas tem estimulado o desenvolvimento de metodologias de mensuração de risco aplicadas à gestão de custos. Entre essas abordagens destaca-se o Cost at Risk (CaR), que adapta os princípios do Value at Risk para estimar o limite superior esperado dos custos sob determinado nível de confiança. Diferentemente das análises baseadas exclusivamente em valores médios, o CaR permite incorporar a variabilidade dos custos ao processo decisório, fornecendo aos gestores uma medida quantitativa da exposição ao risco econômico.

Embora os modelos de aprendizagem tenham sido ampliados para incorporar esquecimento e reaprendizagem (Jaber & Bonney, 1996; Jaber & Kher, 2004; Lindeke, 2010; Ferreira et al., 2021), e o CaR tenha sido aplicado à gestão de custos (Jiménez & Afonso, 2023), essas abordagens permanecem pouco integradas. Enquanto os modelos de aprendizagem concentram-se na previsão dos tempos de processamento e do desempenho dos operadores, as metodologias de risco avaliam a variabilidade econômica sem considerar explicitamente os efeitos da aprendizagem, do esquecimento e da reaprendizagem.

Este estudo propõe uma metodologia integrada entre o LFRCM e o CaR, transformando as estimativas de tempo de processamento em uma medida quantitativa do risco dos custos de produção. Para isso, os tempos previstos pelo LFRCM são convertidos em custos por meio da *Cost Capacity Rate* (CCR) e utilizados na construção da distribuição de custos e no cálculo do CaR. A abordagem amplia a aplicação do LFRCM para a avaliação do risco econômico, contribuindo para decisões relacionadas ao planejamento da produção, à gestão de custos e à avaliação dos riscos associados ao desempenho operacional.

2 REFERENCIAL

2.1 Curva de aprendizagem

A Curva de Aprendizagem (Learning Curve) descreve a redução progressiva do tempo de execução de uma tarefa à medida que aumenta a experiência acumulada dos operadores em atividades repetitivas. O conceito foi introduzido por Wright (1936), que demonstrou que o tempo necessário para produzir uma unidade diminui sistematicamente conforme cresce o número de unidades produzidas, evidenciando ganhos de produtividade decorrentes da aprendizagem.

Desde então, a Curva de Aprendizagem tornou-se uma das principais ferramentas para estimativa de tempos de processamento, produtividade e custos em ambientes industriais, apoiando decisões relacionadas ao planejamento da produção, dimensionamento da capacidade e avaliação do desempenho operacional (YELLE, 1979). Diversos modelos matemáticos foram propostos para representar diferentes características dos sistemas produtivos, incluindo os modelos de DeJong, Stanford-B, Knecht, Towill e a Curva S. Entretanto, o modelo potencial de Wright permanece como a principal referência devido à sua simplicidade, robustez e ampla validação empírica (ANZANELLO; FOGLIATTO, 2007).

2.2 Curva de esquecimento e reaprendizagem

A aprendizagem não é necessariamente permanente. Interrupções na produção, mudanças de atividade ou períodos prolongados sem execução de uma tarefa podem provocar perda parcial das habilidades adquiridas, elevando os tempos de processamento após o retorno às atividades (BAILEY, 1989; TEYARACHAKUL; CHAND; WARD, 2011). Modelos de esquecimento demonstram que essa perda depende tanto da duração da interrupção quanto do nível de aprendizagem previamente alcançado (GLOBERSON; LEVIN; SHTUB, 1989; JABER; BONNEY, 1996).

Após a interrupção, ocorre a reaprendizagem, caracterizada pela recuperação das habilidades previamente adquiridas. Esse processo apresenta comportamento semelhante ao da aprendizagem inicial, mas sua intensidade depende do conhecimento retido e do grau de esquecimento (BAILEY; McINTYRE, 1997; JABER et al., 2003). Nesse contexto, Lindeke (2010) propôs um algoritmo para estimar quantitativamente o fator de esquecimento a partir dos tempos de processamento observados antes e após a interrupção.

2.3 Learning–forgetting–relearning curve model (LFRCM)

Os modelos tradicionais de Curva de Aprendizagem e Curva de Esquecimento analisam separadamente os efeitos da aquisição e da perda de conhecimento, limitando sua aplicação em ambientes produtivos sujeitos a interrupções frequentes. Para superar essa limitação, Ferreira et al. (2021) desenvolveram o Learning–Forgetting–Relearning Curve Model (LFRCM), um modelo integrado que representa, de forma contínua, os processos de aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem.

O LFRCM integra três referenciais consolidados na literatura: a Curva de Aprendizagem de Wright (1936), o algoritmo de esquecimento de Lindeke (2010) e um modelo de reaprendizagem que permite estimar a recuperação gradual do desempenho após interrupções na produção. Dessa forma, o modelo possibilita estimar a evolução dos tempos de processamento considerando tanto o ganho de experiência quanto a perda e a recuperação parcial do conhecimento.

Ferreira et al. (2021) validaram o modelo em um ambiente industrial do setor moveleiro, demonstrando sua capacidade de representar o comportamento do desempenho operacional em condições reais de produção. Em função dessa característica, o LFRCM tem potencial para apoiar aplicações relacionadas ao Planejamento e Controle da Produção (PCP), estimativas de capacidade produtiva e previsão de tempos de processamento.

2.4 Cost at risk aplicado à gestão de custos

O gerenciamento tradicional de custos baseia-se, predominantemente, em estimativas determinísticas, utilizando valores médios para representar o comportamento esperado dos custos. Entretanto, em ambientes industriais sujeitos a incertezas operacionais, essa abordagem pode não refletir adequadamente a variabilidade dos processos produtivos.

Nesse contexto, o CaR foi desenvolvido para quantificar a exposição ao risco dos custos, estimando o maior custo esperado para um determinado nível de confiança estatística. Inspirado no Value at Risk (VaR), amplamente utilizado na gestão de riscos financeiros, o CaR adapta esse conceito ao contexto da gestão de

custos ao utilizar distribuições de probabilidade para representar a variabilidade dos custos, permitindo avaliar não apenas o custo esperado, mas também o risco associado às possíveis variações (JIMÉNEZ; AFONSO, 2023).

Embora o CaR tenha sido aplicado em áreas como gestão de projetos, análise de investimentos e operações, suas aplicações concentram-se, em geral, em incertezas financeiras, de mercado ou relacionadas aos projetos. Ainda são escassos os estudos que utilizam variáveis operacionais associadas ao desempenho humano, como aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem, na construção da distribuição dos custos empregada no cálculo do CaR.

2.5 Integração entre o LFRCM e o CaR

Embora os modelos de aprendizagem e esquecimento sejam amplamente utilizados para estimar a evolução do desempenho operacional, e o CaR seja empregado para mensurar a exposição ao risco dos custos, essas abordagens evoluíram de forma independente na literatura. Em consequência, a influência da aprendizagem, do esquecimento e da reaprendizagem sobre a variabilidade dos custos industriais permanece pouco explorada.

Neste estudo, propõe-se a integração entre o LFRCM e o CaR, utilizando os tempos de processamento estimados pelo LFRCM para calcular os custos de produção e gerar a distribuição de custos empregada no cálculo do CaR. Dessa forma, a variabilidade dos custos passa a refletir explicitamente a dinâmica do desempenho humano ao longo dos processos de aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem.

Essa integração amplia a aplicação de ambos os modelos. O LFRCM deixa de ser utilizado apenas como ferramenta de previsão dos tempos de processamento, passando a fornecer a base para análises de risco dos custos. Simultaneamente, o CaR incorpora uma nova fonte de variabilidade operacional, permitindo quantificar o impacto da evolução do desempenho dos operadores sobre o risco dos custos de produção. Assim, a abordagem proposta estabelece uma conexão entre desempenho operacional e gestão de riscos, oferecendo uma estrutura para apoiar decisões relacionadas ao planejamento da produção, gestão de custos e avaliação de riscos em ambientes industriais.

3 METODOLOGIA

3.1 Procedimentos metodológicos

Este estudo propõe uma metodologia para mensuração do risco dos custos de produção por meio da integração entre o LFRCM e o CaR. Enquanto o LFRCM é utilizado para estimar os tempos de processamento considerando os efeitos da aprendizagem, do esquecimento e da reaprendizagem dos operadores, o CaR é empregado para quantificar a exposição ao risco dos custos decorrentes desses tempos estimados.

A metodologia foi desenvolvida a partir dos dados de produção de três operadores responsáveis pela fabricação de um mesmo componente em uma empresa do setor metalmecânico. Para cada operador foram utilizados os tempos reais de processamento registrados ao longo do período analisado, permitindo estimar o comportamento da curva de aprendizagem, os efeitos das interrupções na produção e o processo de reaprendizagem após o retorno às atividades.

O procedimento adotado seguiu a estrutura original do LFRCM proposta por Ferreira et al. (2021). Entretanto, diferentemente do modelo original, que representa a

aprendizagem por meio de uma regressão linear, nesta pesquisa a curva de aprendizagem foi modelada utilizando a função potencial para cada dia da semana, semelhante ao proposto por Wright (1936), por apresentar maior aderência ao comportamento observado nos tempos de produção acumulados.

Após a estimativa dos tempos de processamento pelo LFRCM, os valores previstos foram convertidos em custos de produção utilizando a CCR. A distribuição dos custos estimados constituiu a base para o cálculo do CaR, permitindo estimar o limite superior esperado dos custos de produção para um determinado nível de confiança.

3.2 Curve model (LFRCM)

O LFRCM foi utilizado para estimar o custo de mão de obra dos operadores considerando os efeitos da aprendizagem, do esquecimento decorrente das interrupções na produção e da reaprendizagem após o retorno às atividades. O procedimento metodológico adotado baseou-se no modelo proposto por Ferreira et al. (2021), sendo preservadas suas etapas de estimação e sua lógica de funcionamento.

A única adaptação realizada nesta pesquisa refere-se ao modelo de representação da curva de aprendizagem. Enquanto o modelo original utiliza uma regressão linear para estimar a evolução do desempenho operacional, neste estudo foi empregada uma função potencial. Apesar da semelhança algébrica com o modelo potencial proposto por Wright (1936), o modelo de regressão proposto aqui difere por ser aplicado para cada dia da semana de forma individual.

Dessa forma, o tempo de processamento foi estimado pela Equação (1):

$$Y = a * x\hat{}b \tag{1}$$

Onde:

- Y = custo estimado da mão de obra na produção da unidade produzida;
- a, b = coeficientes do modelo a serem determinados;
- X = representa número do dia contínuo de observação da produção.

Na Equação (1), o coeficiente b pode ser interpretado como uma taxa de aprendizagem do operador no dia da semana em questão.

Após a estimação da curva de aprendizagem para cada dia da semana, foi determinado o fator de esquecimento utilizando a formulação adotada no LFRCM, desenvolvida para quantificar a perda relativa de desempenho entre dois períodos consecutivos de produção, dada pela Equação (2).

$$F = 1 - \frac{Y_{c,n+1} - Y_{c,n}}{Y_{f,n} - Y_{c,n}} \tag{2}$$

Onde:

- F = fator de esquecimento;
- $Y_{c,n}$ = tempo de processamento imediatamente antes da interrupção;
- $Y_{f,n}$ = tempo final observado antes da interrupção.
- $Y_{c,n+1}$ = primeiro tempo observado após o retorno da produção;

A evolução do fator de esquecimento em função do período de interrupção foi ajustada pelo modelo usual do LFRCM, Equação (3), em que d é o número de dias de interrupção.

$$F(d) = a\sqrt{\ln(d)} + b \tag{3}$$

Para o cômputo custo de mão-de-obra no retorno, utiliza-se a Equação (3) para

estimar o fator de esquecimento e a Equação (2) isolando $Y_{c,n+1}$.

Por fim, a reaprendizagem foi estimada preservando-se a taxa de aprendizagem b obtida na etapa inicial e recalculando-se apenas o parâmetro a em cada dia da semana. Para isso, utiliza-se o custo de retorno e o dia de retorno na Equação (1).

3.3 Integração do LFRCM com o CaR

Após a estimativa dos tempos de processamento por meio do LFRCM, os valores previstos passaram a constituir a base para a mensuração do risco dos custos de produção. Diferentemente da aplicação convencional do LFRCM, cujo objetivo é estimar o desempenho operacional dos trabalhadores, nesta pesquisa os tempos previstos foram utilizados como variável de entrada para a construção da distribuição probabilística dos custos de produção.

A integração entre o LFRCM e o CaR foi realizada em três etapas sucessivas. Na primeira etapa, os tempos estimados pelo LFRCM foram convertidos em custos monetários utilizando a CCR correspondente a cada operador. Em seguida, foi construída a distribuição dos custos previstos, representando a variabilidade esperada dos custos de produção em função dos diferentes níveis de aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem observados ao longo do período analisado. Por fim, essa distribuição foi utilizada para o cálculo do CaR, permitindo estimar o limite superior esperado dos custos para um determinado nível de confiança.

3.4 Conversão dos tempos estimados em custos de produção

Os tempos de processamento estimados pelo LFRCM foram convertidos em custos de produção por meio da CCR, permitindo expressar monetariamente os efeitos da aprendizagem, do esquecimento e da reaprendizagem observados em cada operador.

O CCR representa o custo da capacidade produtiva por unidade de tempo e foi calculado individualmente para cada operador com base no custo horário da mão de obra fornecido pela empresa. Dessa forma, cada tempo previsto pelo LFRCM foi multiplicado pela respectiva taxa de custo da capacidade, resultando no custo estimado de produção para cada observação.

A conversão dos tempos em custos foi realizada por meio da Equação (4).

$$C = T \times CCR \tag{4}$$

Em que:

- C = custo estimado da operação (R$);
- T = tempo de processamento estimado pelo LFRCM (h);
- CCR = Taxa de Custo da Capacidade (R$/h).

Esse procedimento foi aplicado individualmente a todas as observações do banco de dados, gerando uma série de custos estimados para cada operador. Essa série constituiu a base para a construção da distribuição dos custos e para a posterior aplicação do CaR.

3.5 Cálculo do cost at risk (CaR)

Após a conversão dos tempos estimados pelo LFRCM em custos de produção, foi obtida uma distribuição dos custos previstos para cada operador. Essa distribuição

constituiu a base para a aplicação do Cost at Risk (CaR), utilizado neste estudo como medida da exposição ao risco dos custos de produção.

Antes da aplicação do modelo paramétrico de Cost at Risk, a distribuição dos custos estimados foi avaliada quanto à sua aderência à distribuição normal, visando verificar a adequação da utilização do CaR paramétrico. Confirmada essa condição, procedeu-se ao cálculo do custo médio, do desvio-padrão e do CaR para um nível de confiança de 95%.

Inicialmente foi determinado o custo médio da distribuição, representando o valor esperado dos custos estimados. O custo médio foi calculado pela Equação (5):

$$\mathrm{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} C_i}{n} \tag{5}$$

Em que:

- μ = custo médio estimado (R$);
- C_i = custo da i-ésima observação;
- n = número de observações.

Na sequência, foi calculado o desvio-padrão da distribuição dos custos, utilizado para mensurar sua variabilidade.

$$\Sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(C_i - \mu)^2}{n-1}} \tag{6}$$

Em que:

- σ = desvio-padrão dos custos estimados.

Por fim, o Cost at Risk (CaR) foi determinado pela Equação (7).

$$CaR = \mu + Z\sigma \tag{7}$$

Em que:

- μ = custo médio estimado;
- σ = desvio-padrão da distribuição dos custos;
- Z = valor crítico associado ao nível de confiança adotado.

Neste estudo foi adotado um nível de confiança de 95%, correspondente a $Z = 1{,}645$ para uma distribuição normal unilateral. O valor obtido representa o limite superior esperado para os custos de produção, indicando que, nas condições analisadas, existe uma probabilidade de 95% de que os custos permaneçam abaixo do valor estimado pelo CaR.

O procedimento descrito permitiu transformar as estimativas operacionais geradas pelo LFRCM em uma medida quantitativa de risco econômico, possibilitando avaliar simultaneamente os efeitos da aprendizagem, do esquecimento e da reaprendizagem sobre a exposição dos custos de produção.

4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 Aplicação do LFRCM

A primeira etapa da metodologia proposta consistiu na aplicação do LFRCM aos dados reais de produção dos três operadores responsáveis pela fabricação do mesmo componente em uma empresa do setor metalmecânico. Diferentemente da metodologia originalmente proposta por Ferreira et al. (2021), cujo objetivo é estimar o tempo de processamento para apoio ao Planejamento e Controle da Produção (PCP), neste estudo o LFRCM foi utilizado como etapa inicial para a construção de

uma metodologia de mensuração do risco dos custos de produção. Assim, os tempos estimados pelo modelo passaram a constituir a variável de entrada para o cálculo dos custos previstos e, posteriormente, para a aplicação do CaR.

A aplicação do modelo iniciou-se com o ajuste da curva de aprendizagem individual de cada operador por meio de um modelo do tipo função potência como em (1), utilizando os tempos reais de processamento registrados durante o período analisado. Em seguida, foram incorporados os efeitos das interrupções da produção por meio do fator de esquecimento, estimado conforme o algoritmo de Lindeke (2010), preservando-se a lógica de funcionamento do LFRCM. Após cada interrupção, a reaprendizagem foi estimada mantendo-se a taxa de aprendizagem previamente obtida e recalculando-se apenas o parâmetro de posição da curva, conforme descrito na metodologia.

A Figura 1 ilustra o comportamento observado para um dos operadores durante a aplicação do LFRCM. Observa-se que a redução progressiva dos tempos de processamento decorrente da aprendizagem é interrompida pelos períodos de paralisação da produção, provocando aumentos temporários no tempo de execução da operação. À medida que a produção é retomada, verifica-se novamente a redução gradual dos tempos em função da reaprendizagem, reproduzindo o comportamento esperado pelo modelo.

A aplicação do LFRCM foi realizada considerando toda a série histórica composta por 418 dias consecutivos, incluindo dias com produção, finais de semana, férias coletivas e demais interrupções do processo produtivo. A manutenção dessas observações foi necessária para que o modelo pudesse identificar corretamente os períodos de esquecimento e estimar o processo de reaprendizagem após o retorno das atividades. Assim, diferentemente das análises estatísticas apresentadas nas seções seguintes, a modelagem do LFRCM utilizou integralmente a série temporal disponível.

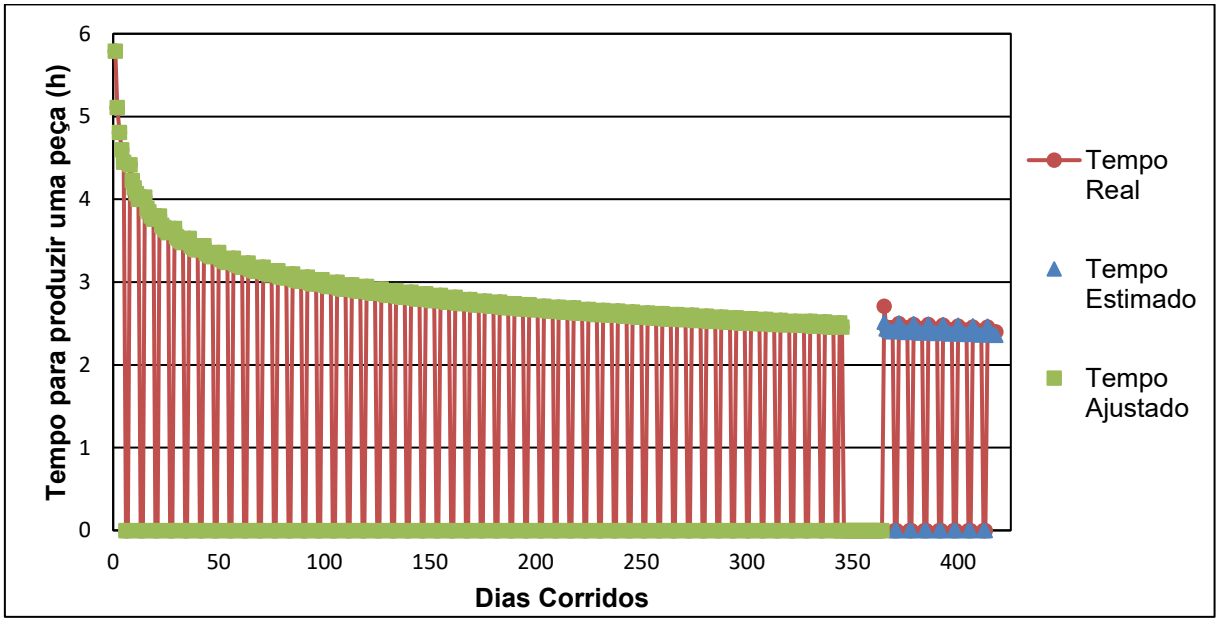


Figura 1. Aplicação do LFRCM aos dados de produção de um operador

Fonte: Elaborado pelos autores

Os resultados demonstram que o LFRCM foi capaz de representar a dinâmica operacional dos operadores ao longo do período analisado, incorporando

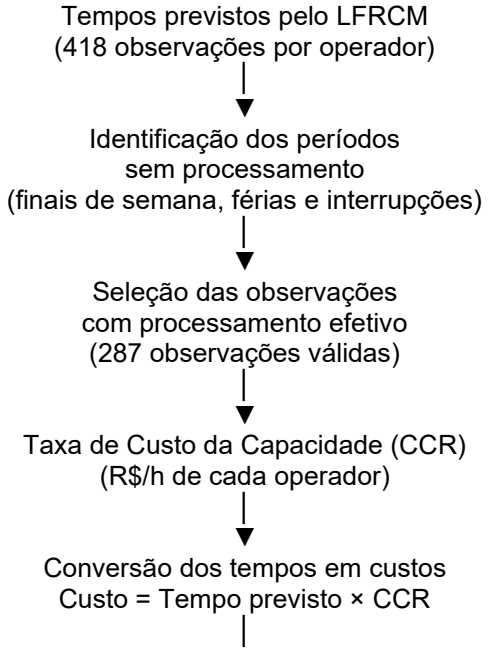
simultaneamente os efeitos da aprendizagem, do esquecimento e da reaprendizagem sobre os tempos de processamento, conforme proposto por Ferreira et al. (2021) e fundamentado nos modelos de aprendizagem de Wright (1936), esquecimento de Jaber e Bonney (1996) e reaprendizagem de Jaber e Kher (2004). Vale destacar, entretanto, que as diferenças observadas entre os tempos estimados e os tempos reais refletem tanto os erros de ajuste inerentes ao processo de regressão utilizado na estimação das curvas quanto variações naturais do desempenho humano que não foram explicitamente modeladas, entre elas possíveis períodos de estabilização da aprendizagem (learning plateau), fenômeno amplamente discutido na literatura sobre curvas de aprendizagem (Yelle, 1979; Nembhard & Uzumeri, 2000).

4.2 Conversão dos tempos previstos em custos de produção

Embora o LFRCM tenha sido ajustado utilizando a série histórica completa, composta por 418 dias consecutivos de observação, a análise estatística dos custos e a estimativa do Cost at Risk (CaR) foram realizadas apenas com as 287 observações válidas, correspondentes aos dias em que houve efetivamente processamento da peça. Os registros com produção igual a zero, decorrentes de finais de semana, férias coletivas e demais interrupções do processo produtivo, foram excluídos dessa etapa por não representarem custos operacionais de fabricação.

Após a estimação dos tempos de processamento pelo LFRCM, os tempos previstos referentes às 287 observações válidas foram convertidos em custos de produção por meio da Taxa de Custo da Capacidade (Capacity Cost Rate – CCR), calculada individualmente para cada operador. Essa conversão estabeleceu a integração entre a modelagem operacional e a avaliação do risco econômico proposta neste estudo, constituindo a base para a caracterização estatística dos custos previstos e para a estimativa do Cost at Risk.

A Figura 2 apresenta o fluxo metodológico empregado na conversão dos tempos previstos em custos de produção. Os tempos estimados pelo LFRCM para cada operador foram convertidos em valores monetários mediante a aplicação da respectiva Taxa de Custo da Capacidade (CCR), originando as séries temporais de custos previstos utilizadas nas análises estatísticas e na estimativa do Cost at Risk.



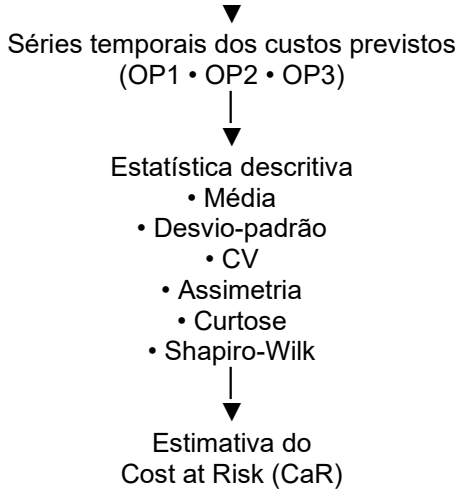


Figura 2. Fluxo metodológico para conversão dos tempos previstos pelo LFRCM em custos de produção e estimativa do Cost at Risk (CaR).

Fonte: Elaborada pelos autores.

A utilização de um CCR específico para cada operador permitiu representar as diferenças existentes entre os custos da mão de obra, preservando as características individuais do processo produtivo. Dessa forma, tempos semelhantes podem resultar em custos distintos, refletindo diferenças de remuneração e capacidade produtiva dos operadores.

A Tabela 1 apresenta os valores da Taxa de Custo da Capacidade utilizados na conversão dos tempos previstos em custos monetários.

Tabela 1

Taxa de Custo da Capacidade (CCR) utilizada na conversão dos tempos previstos em custos de produção.

Operador	Experiência (dias)	CCR (R$/h)
OP1	473	85,02
OP2	205	72,87
OP3	61	66,13

Fonte: Elaborada pelos autores.

A aplicação da CCR permitiu converter as 287 observações válidas de cada operador em custos previstos de produção, preservando a variabilidade inerente aos tempos estimados pelo LFRCM. Consequentemente, as reduções progressivas dos tempos de processamento decorrentes da aprendizagem refletiram-se na diminuição dos custos previstos, enquanto os aumentos temporários provocados pelas interrupções da produção resultaram em elevações dos custos, evidenciando os impactos econômicos dos fenômenos de esquecimento e reaprendizagem.

Ao final dessa etapa foram obtidas três séries temporais independentes de custos previstos, uma para cada operador, compostas por 287 observações válidas. Essas séries constituíram a base para as análises estatísticas apresentadas na seção seguinte, nas quais são avaliadas as medidas de tendência central, dispersão e normalidade dos custos previstos, fornecendo os parâmetros necessários para a estimativa do Cost at Risk.

4.3 Análise estatística dos custos previstos e estimativa do *CaR*

Após a conversão dos tempos previstos pelo LFRCM em custos de produção, procedeu-se à caracterização estatística das três séries de custos previstas, correspondentes aos operadores analisados. Essa etapa teve como objetivo identificar o comportamento das distribuições, avaliar sua variabilidade e fornecer os parâmetros necessários para a estimativa do CaR, permitindo quantificar o risco associado às oscilações dos custos de produção.

A Tabela 2 apresenta as estatísticas descritivas das séries de custos previstas.

Tabela 2

Estatísticas descritivas dos custos previstos por operador.

Estatística	OP1	OP2	OP3
Número de observações	287	287	287
Média (R$)	240,842	256,758	318,484
Mediana (R$)	227,904	246,187	311,948
Mínimo (R$)	200,194	223,155	295,405
Máximo (R$)	505,681	467,429	471,317
Desvio-padrão (R$)	41,331	33,647	24,574
Coeficiente de variação (%)	17,16	13,10	7,72
Assimetria	2,5808	2,4367	2,4367
Curtose	9,5211	8,4803	7,4270

Fonte: Elaborada pelos autores.

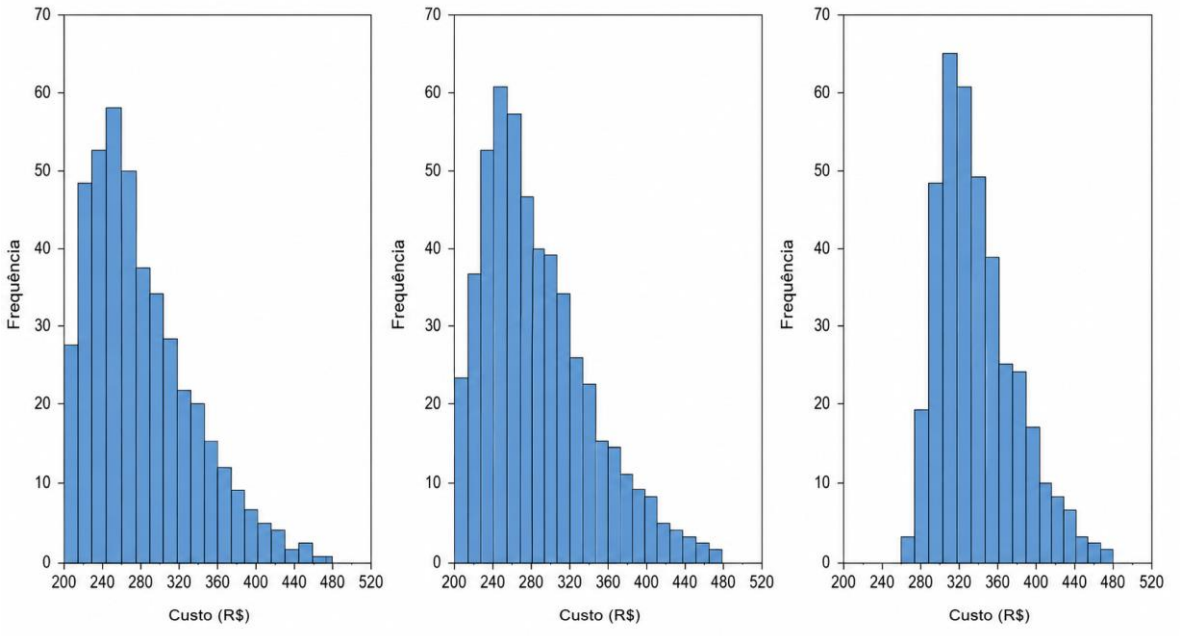


Figura 2. Histogramas dos custos previstos dos operadores.

Fonte: elaborado pelos autores (2026)

Os resultados evidenciam diferenças importantes entre os operadores. Embora o Operador 3 apresente o maior custo médio previsto, sua distribuição é a mais homogênea, refletida no menor coeficiente de variação (7,72%). Em contrapartida, o Operador 1 apresenta a maior dispersão relativa dos custos (17,16%), indicando maior

sensibilidade às variações provocadas pelos efeitos de aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem incorporados pelo LFRCM. Observa-se ainda que todas as distribuições apresentam coeficientes de assimetria positivos e valores elevados de curtose, caracterizando distribuições assimétricas com maior concentração de observações próximas à média e presença de valores extremos.

A Figura 2 apresenta os histogramas das distribuições dos custos previstos para os três operadores, permitindo visualizar o comportamento observado nas estatísticas descritivas.

Visualmente, observa-se que as distribuições apresentam concentração dos custos em faixas inferiores e caudas alongadas à direita, indicando a ocorrência de eventos de maior custo com menor frequência. Esse comportamento está associado às interrupções do processo produtivo e aos efeitos de esquecimento representados pelo LFRCM, evidenciando que a análise baseada apenas no custo médio não representa adequadamente a variabilidade existente no processo.

Para verificar a aderência das distribuições à normalidade, aplicou-se o teste de Shapiro-Wilk, cujos resultados são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3

Teste de normalidade de Shapiro-Wilk para os custos previstos.

Operador	Estatística W	p-valor
OP1	0,7568	< 0,001
OP2	0,7717	< 0,001
OP3	0,7883	< 0,001

Fonte: Elaborada pelos autores.

Os resultados rejeitam a hipótese nula de normalidade para os três operadores ($p < 0,001$), confirmando que as distribuições dos custos previstos apresentam comportamento não normal. Essa característica reforça a existência de variabilidade significativa nos custos de produção e evidencia que medidas baseadas exclusivamente na média podem subestimar a exposição ao risco econômico.

Rejeitada a hipótese de normalidade, procedeu-se à estimativa CaR considerando o nível de confiança de 95%. O indicador foi calculado a partir da média e do desvio-padrão das distribuições dos custos previstos de cada operador, conforme a Equação (8):

$$CaR = \mu + z \times \sigma \tag{8}$$

Em que:

- μ = custo médio previsto;
- z = valor crítico da distribuição Normal (1,645 para 95% unilateral);
- σ = desvio-padrão dos custos previstos.

Para exemplificar a aplicação da metodologia proposta, apresenta-se o cálculo do CaR para o Operador 1. A série de 287 custos previstos apresentou custo médio de R$ 240,842 e desvio-padrão de R$ 41,331. Considerando um nível de confiança unilateral de 95%, adotou-se o valor crítico $z = 1{,}645$. A aplicação da Equação (8) é apresentada a seguir:

$$CaR_{OP1} = \mu + z \cdot \sigma$$
$$CaR_{OP1} = 240{,}842 + 1{,}645\ x\ 41{,}331$$
$$CaR_{OP1} = 240{,}842 + 67{,}990$$
$$CaR_{OP1} = R\$\ 308{,}832$$

O resultado indica que, considerando um nível de confiança de 95%, o custo de produção do Operador 1 poderá atingir R$ 308,832. A diferença entre o custo médio previsto (R$ 240,842) e o valor do CaR (R$ 308,832) corresponde à parcela de risco econômico associada à variabilidade dos custos prevista pelo LFRCM, equivalente a R$ 67,990. O mesmo procedimento foi aplicado aos Operadores 2 e 3, cujos resultados são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4
Resultados do CaR para os operadores.

Operador	Custo médio (R$)	Desvio-padrão (R$)	Valor crítico (z)	CaR (R$)	Risco incorporado (R$)
OP1	240,842	41,331	1,645	308,832	67,990
OP2	256,758	33,647	1,645	312,106	55,348
OP3	318,484	24,574	1,645	358,909	40,425

Fonte: Elaborada pelos autores.

4.4 Discussão dos resultados

Os resultados apresentados na Tabela 4 demonstram que o CaR amplia a análise tradicional dos custos ao incorporar explicitamente a variabilidade do processo produtivo. Enquanto o custo médio representa apenas o valor esperado da operação, o CaR estabelece um limite superior esperado para o custo de produção, considerando a incerteza decorrente dos efeitos de aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem modelados pelo LFRCM.

Observa-se que o Operador 1 apresentou o menor custo médio previsto (R$ 240,842), porém registrou a maior variabilidade entre os operadores, resultando em uma parcela de risco de R$ 67,990, equivalente a aproximadamente 28,2% do custo médio. Esse comportamento indica maior sensibilidade às oscilações do processo produtivo, tornando o custo final mais suscetível às interrupções operacionais.

O Operador 2 apresentou comportamento intermediário, com custo médio de R$ 256,758 e risco incorporado de R$ 55,348, correspondente a aproximadamente 21,6% do custo médio. Já o Operador 3, embora tenha apresentado o maior custo médio (R$ 318,484), registrou a menor dispersão dos custos previstos, refletindo-se em um risco adicional de R$ 40,425, equivalente a cerca de 12,7% do custo médio. Esses resultados evidenciam que maiores custos médios não implicam necessariamente maior exposição ao risco, uma vez que o CaR depende simultaneamente do nível de custo esperado e da variabilidade observada.

Sob a perspectiva gerencial, a integração entre o LFRCM e o CaR permite transformar previsões operacionais em indicadores quantitativos de risco econômico, fornecendo aos gestores informações mais robustas para o planejamento da produção, elaboração de orçamentos e formação de preços. Dessa forma, a metodologia proposta possibilita identificar não apenas o custo esperado de fabricação, mas também a margem de segurança necessária para lidar com as incertezas inerentes ao processo produtivo, contribuindo para decisões mais consistentes em ambientes industriais sujeitos à variabilidade operacional.

Diferentemente das abordagens tradicionais, que consideram apenas valores médios de custo, a integração entre o LFRCM e o CaR proposta neste estudo permite incorporar os efeitos de aprendizagem, esquecimento e reaprendizagem à avaliação do risco econômico da produção, ampliando o potencial de aplicação dessas técnicas no contexto da gestão de custos industriais.

5 CONCLUSÃO

O presente estudo teve como objetivo integrar o LFRCM ao CaR, propondo uma abordagem capaz de incorporar os efeitos da aprendizagem, do esquecimento e da reaprendizagem na avaliação do risco dos custos de produção. A metodologia desenvolvida permitiu transformar as previsões de tempo geradas pelo LFRCM em custos previstos de produção, os quais serviram de base para a estimativa do risco econômico associado à variabilidade do processo produtivo.

Os resultados demonstraram que a conversão dos tempos previstos em custos possibilitou caracterizar estatisticamente a variabilidade econômica dos operadores e calcular o CaR para um nível de confiança de 95%. Verificou-se que operadores com menor custo médio podem apresentar maior exposição ao risco em função da maior dispersão dos custos previstos, evidenciando que a utilização exclusiva do custo médio não representa adequadamente as incertezas inerentes ao processo produtivo.

A principal contribuição deste trabalho consiste na integração entre um modelo consolidado de previsão operacional (LFRCM) e uma medida quantitativa de risco econômico (CaR), ampliando a aplicação da curva de aprendizagem para além da estimativa de tempos de processamento. A abordagem proposta permite que gestores industriais incorporem a variabilidade operacional na análise dos custos de produção, contribuindo para decisões mais robustas relacionadas ao planejamento da produção, formação de preços, elaboração de orçamentos e gestão dos riscos operacionais.

Como limitações da pesquisa, destaca-se que o modelo foi aplicado a uma única operação de usinagem e a três operadores pertencentes ao mesmo ambiente produtivo, o que restringe a generalização dos resultados para outros processos industriais. Além disso, a estimativa do CaR foi realizada considerando um nível de confiança de 95%, podendo apresentar resultados distintos para outros níveis de confiança ou diferentes distribuições de probabilidade.

Como perspectivas para pesquisas futuras, recomenda-se a aplicação da metodologia em outros processos produtivos, setores industriais e contextos operacionais, bem como a integração do modelo com técnicas de Inteligência Artificial e algoritmos de aprendizado de máquina para aprimorar a previsão dos custos e a avaliação dinâmica do risco econômico em ambientes industriais.

REFERÊNCIAS

Anzanello, M. J., & Fogliatto, F. S. (2007). Learning curve models and applications: Literature review and research directions. International Journal of Industrial Ergonomics, 37(7), 573–583.

Bailey, C. D. (1989). Forgetting and the learning curve: A laboratory study. Management Science, 35(3), 340–352.

Bailey, C. D., & McIntyre, E. V. (1997). Interruption and the transfer of skill. The Accounting Review, 72(2), 221–246.

Ferreira, J. A., Valmorbida, S. M. I., Ozório, L. M., & Kreling, D. H. (2021). Learning–Forgetting–Relearning Curve Model (LFRCM): An integrated approach for production environments with interruptions. Proceedings of the South Florida Congress on Engineering and Technology.

Globerson, S., Levin, N., & Shtub, A. (1989). The impact of breaks on forgetting when performing a repetitive task. IIE Transactions, 21(4), 376–381.

Jaber, M. Y., & Bonney, M. (1996). Production breaks and the learning curve: The forgetting phenomenon. Applied Mathematical Modelling, 20(2), 162–169.

Jaber, M. Y., Bonney, M., & Guiffrida, A. (2003). Coordinating a three-level supply chain with learning-based continuous improvement. International Journal of Production Economics, 81–82, 269–277.

Jaber, M. Y., & Kher, H. V. (2004). A learning curve model for forgetting and transfer of learning. International Journal of Industrial Ergonomics, 33(6), 497–509.

Jiménez, V., & Afonso, P. (2023). Cost at Risk (CaR): A methodology for costing under uncertainty. Production, 33, e20220121. https://doi.org/10.1590/0103-6513.2022012

Nembhard, D. A., & Uzumeri, M. V. (2000). An individual-based description of learning within an organization. IEEE Transactions on Engineering Management, 47(3), 370–378.

Teyarachakul, S., Chand, S., & Ward, P. T. (2011). Effect of learning and forgetting on batch production. International Journal of Production Economics, 131(1), 34–42.

Towill, D. R. (1985). Learning curves and forgetting curves in manufacturing. International Journal of Production Economics, 8, 311–321.

Wright, T. P. (1936). Factors affecting the cost of airplanes. Journal of the Aeronautical Sciences, 3(4), 122–128.

Yelle, L. E. (1979). The learning curve: Historical review and comprehensive survey. Decision Sciences, 10(2), 302–328.